

Des exemples de modélisation au lycée

Au cours de cet atelier, deux membres du groupe « culture scientifique » de l'IREM d'Orléans ont présenté une activité conçue pour des élèves de Terminale Scientifique.

Au départ, il s'agit d'un travail de recueil de données expérimentales qui trouve habituellement sa place dans le cadre du cours de physique. La partie théorique comporte des questions mathématiques assez classiques portant sur la résolution d'équations différentielles.

Mais il est moins fréquent de réunir dans une même activité toutes les étapes de la démarche:

- recueil de données expérimentales
- observation de ces données et formulation d'hypothèses
- étude de plusieurs modèles et confrontation de ces modèles aux données expérimentales

I- Recueil de données expérimentales

L'expérience est la chute dans l'air de ballons. Cette expérience filmée est visionnée sur l'écran de l'ordinateur. Le logiciel AVIMECA permet de suivre au cours de la chute un point lié aux ballons et de repérer les coordonnées qu'a ce point toutes les 0,04 secondes.

Ces données peuvent ensuite être transférées dans EXCEL.

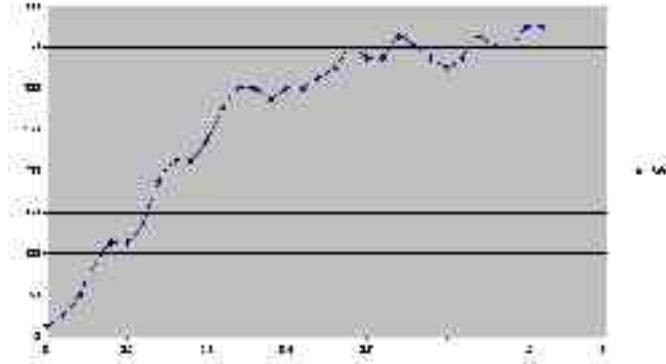
AVIMECA ainsi que différents clips vidéo de chute de solides sont disponibles sur le CD ROM d'accompagnement des nouveaux programmes de physique. Nous avons choisi « chute 22g », qui montre la chute dans l'air de ballons ayant pour masse 22 g et pour volume 5,4 l.

La saisie des données est une manipulation tout à fait inhabituelle pour des enseignants de mathématiques et qui exige un peu de dextérité. Une fois les données transférées dans EXCEL, le travail est plus classique:

On construit un tableau associant, à chaque instant t , d'une part la hauteur $y(t)$ à laquelle se situe le point et d'autre part la « vitesse instantanée » du point, calculée selon la formule des physiciens:

$$v(t) = \frac{y(t+0.04) - y(t-0.04)}{0.08}$$

Le graphique obtenu à partir des colonnes t et v(t) est du type suivant :



Graphique 1

II- Observation de ces données et formulation d'hypothèses

On observe que la vitesse tend à se stabiliser autour d'une valeur limite v_{lim} .

Un texte de Huygens (extrait du *Discours de la cause de la pesanteur*, 1690), disponible également sur le CD ROM cité ci-dessus, affirme l'existence de cette vitesse limite et attribue ce phénomène à la résistance de l'air, c'est-à-dire à ce que nous appelons la force de frottement. Il envisage deux hypothèses concernant la relation entre force de frottement f et vitesse v :

(H₁) f proportionnelle à v

(H₂) f proportionnelle à v^2

III- Étude de plusieurs modèles et confrontation de ces modèles aux données expérimentales

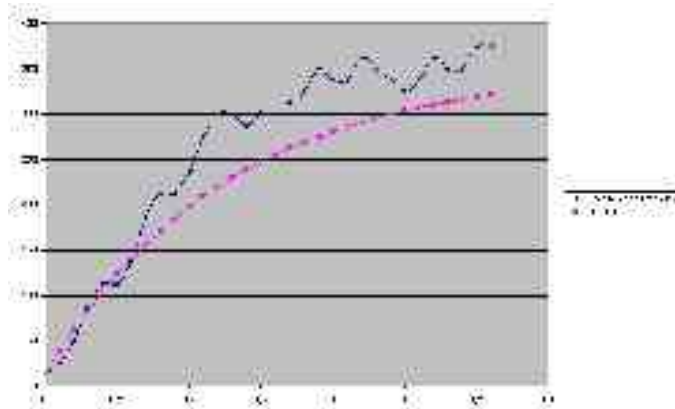
L'application de la deuxième loi de Newton, tenant compte du poids, de la poussée d'Archimède et de la force de frottement conduit, avec chacune des deux hypothèses précédentes, à une équation différentielle dont la fonction inconnue est v .

1) Hypothèse (H₁) $f = k v$

L'équation différentielle est du type $y' = a y + b$, équation au programme de TS.

Les constantes sont déterminées grâce aux données expérimentales $v(0)$ et v_{lim} .

La représentation graphique de la fonction solution peut être comparée à la courbe expérimentale :



Graphique 2

2) Hypothèse (H₂) $f = k' v^2$

L'équation différentielle obtenue, $v'(t) = 6,945 - C v^2$, n'est pas d'un type classique pour un élève de TS.

Elle peut être résolue dans un premier temps de façon approchée par la méthode d'Euler, après avoir déterminé la constante C grâce à la donnée expérimentale v_{lim} ($6,945 - C v_{lim}^2 = 0$).

Puis, dans un deuxième temps, il est possible de la résoudre de façon exacte, en l'écrivant

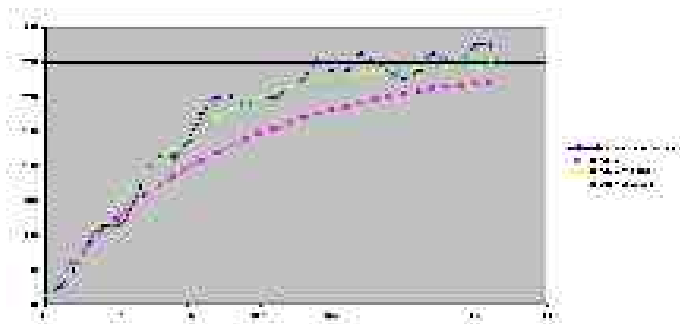
$$v'(t) = 6,945(1 - a^2 v^2(t))$$

et en faisant le changement de fonction inconnue : $\varphi(t) = \ln \frac{1 + av(t)}{1 - av(t)}$.

Comme avec la première hypothèse, les constantes sont déterminées en utilisant $v(0)$ et v_{lim} .

On obtient deux courbes très voisines, qui peuvent être comparées d'une part à la courbe expérimentale, d'autre part à la courbe obtenue avec l'hypothèse (H_1).

La deuxième hypothèse semble meilleure que la première, mais il est possible d'envisager d'autres hypothèses et on n'a pas de mal à imaginer qu'une autre hypothèse, plus complexe, pourrait donner une courbe théorique encore plus proche de la courbe expérimentale.



Graphique 3

Cette activité, qui gagnerait à être conduite conjointement par le professeur de physique et celui de mathématiques, met en évidence la richesse de la liaison entre ces deux disciplines.

La partie purement mathématique est détaillée, sous forme d'un texte de problème, sur le site académique de l'académie d'Orléans-Tours. (<http://www.ac-orleans-tours.fr> Chemin à suivre : Lycées-Ressources pédagogiques-Progressions-Exemples de progressions-Classe de Terminale S-Problème 5 « Chute d'un solide dans l'air »).