

Les Maths dans les Autres Disciplines Scientifiques

À partir de l'exemple d'un TP réalisé en SVT et présenté à l'atelier :*Effet de serre* , et d'autres documents fournis :

- présentation de la démarche hypothético-déductive des ADS
- interdisciplinarité : notion de modélisation

en SVT on est amené à comparer la température au sol des différentes planètes telluriques (voir TP en fin d'article). Cette comparaison est faite en utilisant la **Démarche Scientifique**, démarche qui n'est (peut-être) pas comprise de la même façon par les mathématiques et les ADS.

Afin de ne pas tomber dans l'autocritique systématique, nous avons différencié les maths et les ADS : Questionnements, conjectures, hypothèses et modèles.

Les processus pédagogiques utilisés en maths et dans les ADS sont ils de nature différente ?

(Ne pas oublier Construction Mécanique, Physique Appliquée, Automatismes ...)

Les questionnements dans les ADS portent sur des événements dont on parle au Journal Télévisé, ou qu'on peut voir ou toucher.

Le professeur cite ou rappelle des observations.

Souvent le questionnement est dans le domaine public (effet de serre, pollution, rayonnement, génétique, éthique ...).

Ou bien l'enseignant présente une « expérience ».

En physique ou en SVT on cherche à établir ou on utilise des « lois » qui sont statistiquement vraies ; en réalité ce sont des modèles qui permettent de décrire la réalité et de prévoir des résultats.

Et même le mot MODELE peut signifier « modèle expérimental analogique »...

(...Cette possibilité d'expérimenter, classiquement davantage réservée aux ADS, doit ouvrir largement la dialectique entre l'observation et la démonstration, et, sans doute à terme, changer profondément la nature de l'enseignement... in BOEN).

En maths, à partir de constatations numériques ou géométriques, le professeur formalise un questionnement, puis il tente de faire acquérir les outils nécessaires à l'étude de ces questions.

Imaginons :

*on fait construire aux élèves les points (de la droite) d'Euler dans un triangle quelconque
et on leur demande de conjecturer !*

Souvent le professeur tente de justifier l'apprentissage des maths par une utilité ultérieure.

Ceci étant dit abordons les différences :

Ce qui suit est une « bible » pour les SVT

Méthodologie SVT :

Comment adopter une démarche scientifique?

<p>1^{ère} étape le point de départ est toujours une OBSERVATION.</p> <p>2^{ème} étape la FORMULATION D'UN PROBLÈME (biologique ou géologique) sous la forme d'une QUESTION.</p> <p>3^{ème} étape L'ÉLABORATION D'UNE HYPOTHÈSE sous la forme d'une AFFIRMATION.</p> <p>4^{ème} étape LA RECHERCHE D'UNE CONSÉQUENCE VÉRIFIABLE pouvant être mise en évidence lors de l'expérimentation, s'exprimant sous forme : si ... alors</p> <p>5^{ème} étape L'ÉLABORATION et la MISE en ŒUVRE d'une EXPERIMENTATION. Lors de cette étape, UN SEUL FACTEUR DOIT VARIER, celui qui est testé.</p> <p>6^{ème} étape L' ANALYSE des RESULTATS : elle comprend leur description et leur explication.</p> <p>7^{ème} étape LA CONFRONTATION des RESULTATS avec L'HYPOTHÈSE</p>	
<p>Soit l'hypothèse est confirmée (ou validée)</p> <p>8^{ème} étape CONCLUSION</p>	<p>Soit l'hypothèse est infirmée (ou rejetée).</p> <p>8^{ème} étape RECHERCHE d'une NOUVELLE HYPOTHESE. (voir 3^{ème} étape)</p>

La démarche est évaluée au cours de l'épreuve de capacité expérimentale au Bac (voir liste *officielle* des capacités expérimentales en fin d'article).

Avez-vous déjà vu ça ou semblable en maths ?

Pour tester la faisabilité de cette démarche, René Drucker a présenté un TP mathématique, avec une Problématique précise (voir en fin d'article), qui essaie de suivre la Démarche Scientifique.

Voici le polycopié de SVT distribué aux élèves, /////// indique quelques lignes où l'élève écrit sa réponse.

TP : La température au sol des planètes tellurique est différente.

Vous savez que :

- La quantité d'énergie solaire reçue par une planète varie en fonction de sa distance au soleil
- Tout corps chauffé émet de la lumière sous forme de rayonnements Infra-Rouges (IR)
- Les rayonnements IR véhiculent de la chaleur

1) A partir de ces données, comment imaginez-vous la température au sol de Mercure par rapport à celle de Vénus, celle de Vénus par rapport à celle de la Terre et de Mars ? Argumentez.

////////////////////////////////////

Les astronomes savent mesurer la constante solaire des planètes et satellites (quantité d'énergie reçue chaque seconde par m² de surface hors atmosphère). A partir de ces mesures, ils calculent la température qui devrait théoriquement régner à la surface de ces corps célestes.

	Mercure	Vénus	Terre	Lune	Mars
Distance au soleil km (10⁶ km)	58	108	150	150	227
Températures au sol (° C)	-170 à +430	480	-90 à +50	-170 à +130	-100 à 0
Température moyenne au sol (° C)	130	480	15	-20	-50
Température théorique (° C)	130	30	-20	-20	-60
Présence d'une atmosphère	non	oui	oui	non	oui

Epaisseur de l'atmosphère (km)	-	350	500	-	100
Densité atmosphérique par rapport à la Terre	-	10 ²	1	-	10 ⁻²

2) Comparez les températures théoriques aux températures réelles moyennes de ces corps célestes. Que constatez-vous ?

////////////////////////////////////

3) Quel problème cela pose-t-il ?

////////////////////////////////////

4) Formulez une hypothèse argumentée à partir des données du tableau et permettant de répondre à ce nouveau problème.

////////////////////////////////////

Vous allez tester votre hypothèse.

5)A partir de toutes les informations dont vous disposez, imaginez quel pourrait être le rôle de l'atmosphère.

Pour cela, envisagez ce qui pourrait se passer sur une planète qui n'a pas d'atmosphère et qui reçoit l'énergie solaire, par comparaison avec une planète qui est pourvue d'une atmosphère et qui reçoit l'énergie solaire.

////////////////////////////////////

Pour tester votre hypothèse, vous disposez du matériel suivant :

- 3 boites identiques
- 3 thermomètres

1 plaque de verre (matériau laissant passer la lumière mais retenant les IR)
du film cellophane (matériau laissant passer la lumière mais ne retenant pas les IR)
3 lampes

6) Proposez un protocole permettant d'éprouver votre hypothèse. Installez le montage. Envisagez les résultats prévisibles de l'expérience. Appelez le professeur pour vérifier.

7) Schématisez le montage.

////////////////////////////////////

8) Démarrez l'expérience. Notez les résultats.

9) Représentez graphiquement vos résultats.

10) Interprétez les résultats obtenus

////////////////////////////////////

11) Concluez en proposant un schéma fonctionnel du rôle de l'atmosphère.

////////////////////////////////////

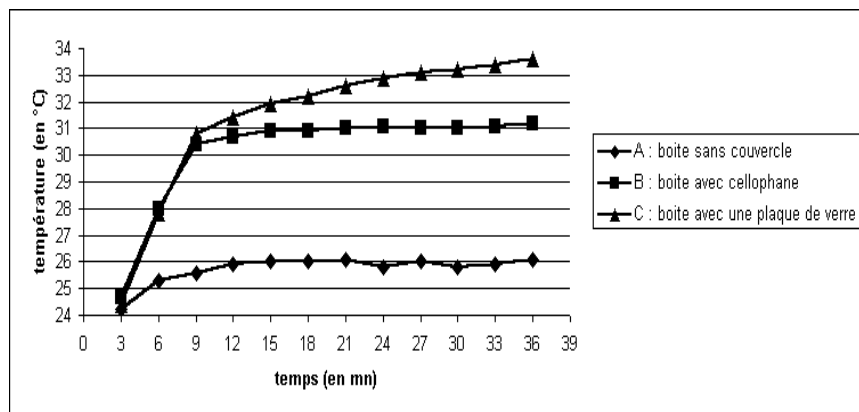
le relevé de mesures faites en partie pendant l'atelier 2, et dont l'étude avait été préparée, figure ci-après.

La démarche d'un mathéux :

TP effet de serre Relevé de mesures pour l'expérience analogique sur l'effet de serre

temps (en mn)	0	3	6	9	12	15	18
boite A	24,2	25,3	25,6	25,6	25,9	26	26
boite B	24,7	28	29,5	30,4	30,7	30,9	30,9
boite C	24,4	27,8	29,7	30,8	31,4	31,9	32,2

temps (en mn)	21	24	27	30	33	36
boite A	26,1	25,8	26	25,8	25,9	26,1
boite B	31	31,1	31	31	31,1	31,2
boite C	32,6	32,9	33,1	33,2	33,4	33,6



Remarquez : légende, axes, points liés ...

L'ajustement calculé pour la boîte C donne :

$$y = 33.316062 - 8.6778167 \cdot e^{-0.1337757 \cdot x}, R^2 = 0.992$$

La discussion sur le choix du modèle mathématique doit être guidée par le prof de physique ou de SVT, il convient de prolonger la durée de l'expérience pour chercher l'existence d'une température limite.

Une autre façon de contrôler le modèle est de mesurer la décroissance de la température après avoir éteint les lampes.

Ce qui permettra d'écarter les modèles de la forme $y = a + bx^c$ ou $y = a + \ln(x+c)$ dont la croissance n'est pas limitée mais dont la « forme » de la courbe pourrait convenir.

Avec deriveW j'ai obtenu :

$$y = 33.316062 - 8.6778167 \cdot e^{(-0.1337757 \cdot x)}, R^2 = 0.99250886$$

$$y = 3.0526491 \cdot x^{0.32070881} + 24.296895, R^2 = 0.98407346$$

$$y = 2.4275873 \cdot \text{LN}(184748 \cdot x + 139805) - 4.4110838, R^2 = 0.99496938$$

CAPACITÉS EXPERIMENTALES TESTEES ET CRITERES D'EVALUATION (tableau partiel)

Utilisé en sciences expérimentales ...

U T I L I S E R D E S S O U S M O D E S D E R E P R E S E N T A T I O N D E S S C I E N	REPRESENT ER DES DONNEES SOUS FORME D'UN GRAPHIQUE	Choix des axes à partir des paramètres mis en relation
		Graduation raisonnée des axes avec indication des échelles et des unités
		Report des points
		Rédaction d'un titre en cohérence avec la relation exprimée par le graphique
		Lisibilité du graphique et soin porté à l'ensemble du document : barres d'histogramme et droites tracées à la règle couleurs et légendes pour distinguer plusieurs courbes tracées dans un même repère Points reliés à la règle s'il s'agit de mesures réalisées au cours d'une expérimentation Points reliés à main levée s'il s'agit d'une modélisation mathématique du phénomène étudié
	REPRESENT ER DES DONNEES SOUS FORME D'UN TABLEAU	Choix raisonné des intitulés des lignes et des colonnes
		Contenu des cases ou cellules
		Utilisation maîtrisée des fonctionnalités d'un logiciel "tableur/grapheur"
		Lisibilité du tableau et soin porté à l'ensemble du document
		Rédaction d'un titre en cohérence avec les données du tableau
	TRADUIRE DES INFORMATI ONS PAR UN SCHEMA	Sélection des informations utiles
		Mise en ordre des informations en relation avec le problème posé
Traduction graphique des informations		
Exactitude des légendes Présence d'un titre adapté		
REPRESENT ER UNE OBSERVATI ON PAR UN DESSIN	Netteté et finesse du tracé, réalisé au crayon à papiers	
	Représentation fidèle au modèle	
	Exactitude scientifique de la légende	
	Mise en page (orientation, emplacement et taille du dessin sur la feuille, disposition des légendes)	
	Rédaction d'un titre adapté à l'objet représenté et indication du mode d'observation et du grossissement	
	Réalisation de contours simplifiés des structures représentées	
	Respect des symboles proposés ou choisis	

A D O P T E R U N E D E M A R C H E E X P L I C A T I V E		Mise en relation de données pour formuler un problème et/ou formuler une hypothèse
		Distinction entre cause et effet
		Expression d'une relation de cause à effet dans une hypothèse
		Expression d'une conséquence vérifiable d'une hypothèse
		Conception d'un protocole
		Proposition d'une solution en cohérence avec le problème posé
		Proposition d'une solution en cohérence avec les données et/ou les connaissances
	Les critères d'évaluation pour la démarche explicative sont adaptés à chaque TP.	
		Exercice de l'esprit critique

Nous avons aussi présenté aux participants un florilège d'extraits de textes officiels, programmes, commentaires, accompagnement des programmes que vous trouverez sur internet.

Observation

Lorsqu'on trace des paraboles d'équations : $y = ax^2 + bx + c$ avec des nombres **a, b, c** différents

on voit des courbes qui ont une certaine ressemblance.

n°	9	10	11	12	13	14	15
a	2	1	-0.5	1	2.5	-0.5	1
b	-2	2	-1	2	-2	-3	2
c	3	-1	2	2	3	2	-2
Xs							

Famille 1, pour étudier l'influence de ____ sur la valeur de Xs

Numéro	a	b	c	Xs

3. Reproduisez ce tableau et faites ceux de la famille 2 et 3.

Analyse des résultats :

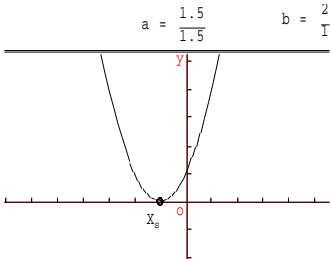
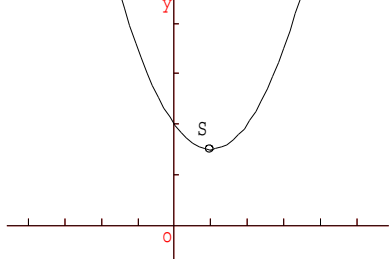
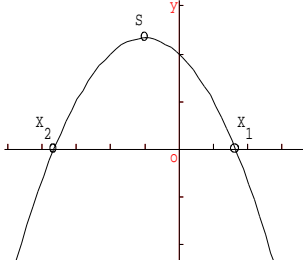
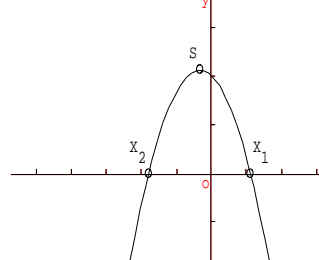
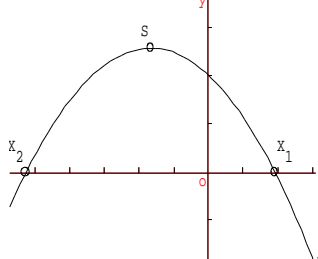
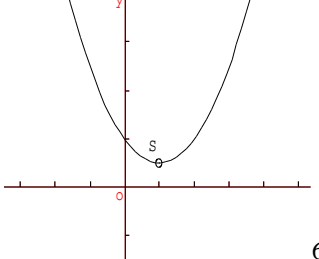
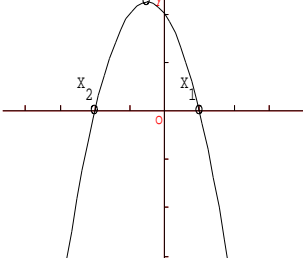
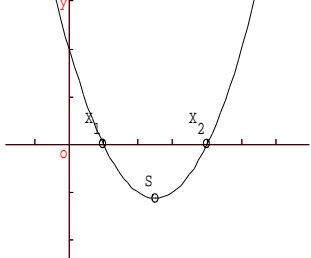
4. Pour chacun des tableaux il faudra représenter sur un graphique, les points de coordonnées (?; Xs) où ? est mis pour a ou b ou c.
5. Vous analyserez vos tableaux et vos graphiques de façon à déterminer des formules possibles que vous tenterez de valider (par exemple en choisissant un nouvel exemple).

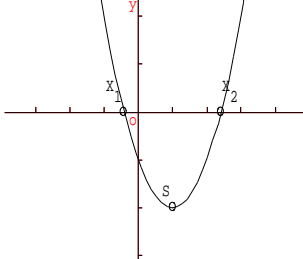
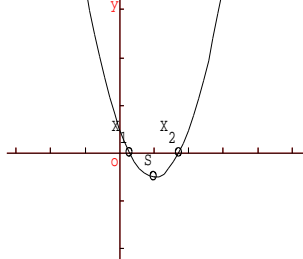
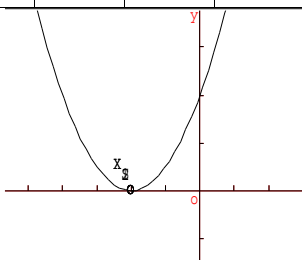
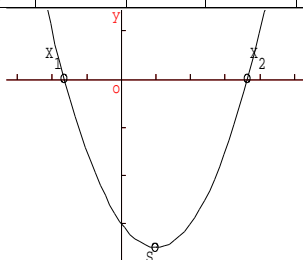
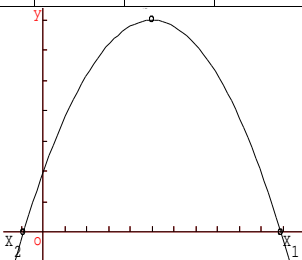
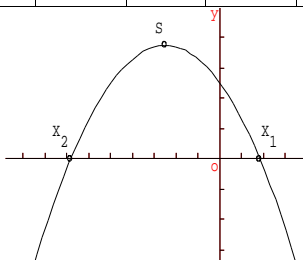
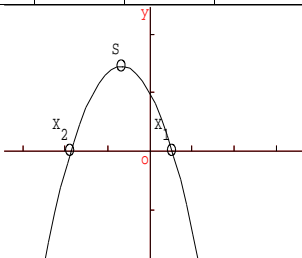
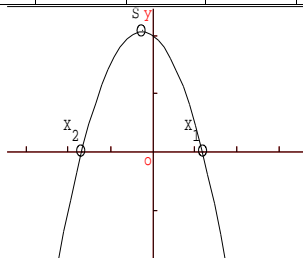
Il peut être nécessaire de compléter les tableaux (ajouter des exemples) dans lesquels figurent a, b, c et Xs afin d'avoir suffisamment de points pour que chacune des représentations graphiques soit significative.

6. Vous devez rendre 3 tableaux et 3 graphiques comportant chacun des points et une courbe sur la quelle ces points semblent être placés. Sur chaque graphique il faudra préciser l'axe de la variable, l'axe de la fonction, le titre du graphique.

Confrontation des résultats avec l'hypothèse :

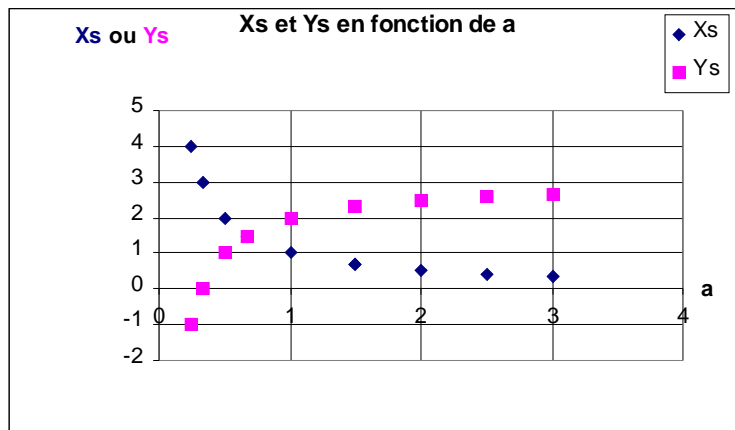
7. Et pour chaque tableau et graphique une formule qui permet de calculer Xs connaissant __ ?. Cette formule devra correspondre à la représentation graphique.

$a = 1$	$b = 2$	$c = 1$	$X_s = -1$	$Y_s = 0$	$a = 0.5$	$b = -1$	$c = 2$	$X_s = 1$	$Y_s = 1.5$
$a = \frac{1.5}{1.5}$ $b = \frac{2}{1}$ 									
$a = -1/3$	$b = -2/3$	$c = 2$	$X_s = -1$	$Y_s = 7/3$	$a = -1$	$b = -2/3$	$c = 2$	$X_s = -1/3$	$Y_s = 2$
									
$a = -0.2$	$b = -2/3$	$c = 2$	$X_s = -5/3$	$Y_s = 2.56$	$a = 0.5$	$b = -1$	$c = 1$	$X_s = 1$	$Y_s = 0.5$
									
$a = -1$	$b = -1$	$c = 2$	$X_s = -0.5$	$Y_s = 9/4$	$a = 0.5$	$b = -2.5$	$c = 2$	$X_s = 2.5$	$Y_s = -9/8$
									

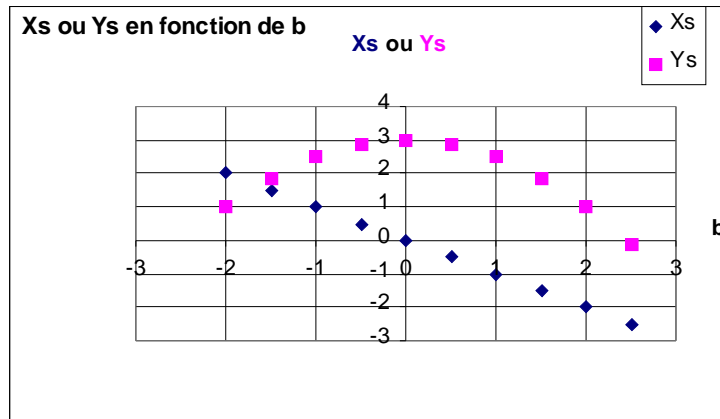
$a = 1$	$b = -2$	$c = -1$	$X_s = 1$	$Y_s = -2$	$a = 1$	$b = -2$	$c = 0.5$	$X_s = 1$	$Y_s = -0.5$
									
9					10				
$a = 0.5$	$b = 2$	$c = 2$	$X_s = -2$	$Y_s = 0$	$a = 0.5$	$b = -1$	$c = -3$	$X_s = 1$	$Y_s = -3.5$
									
11					12				
$a = -0.2$	$b = 2$	$c = 2$	$X_s = 5$	$Y_s = 7$	$a = -0.2$	$b = -1$	$c = 2.5$	$X_s = -2.5$	$Y_s = 15/4$
									
13					14				
$a = -1$	$b = -4/3$	$c = 1$	$X_s = -2/3$	$Y_s = 13/9$	$a = -1$	$b = -0.5$	$c = 2$	$X_s = -1/4$	$Y_s = 33/16$
									
15					16				

Page suivante les résultats qui peuvent être obtenus :

n°	a	b	k	Xs	Ys
20	0,25	-2	3	4	-1
21	1/3	-2	3	3	0
22	0,5	-2	3	2	1
23	2/3	-2	3	1,5	1,5
24	1	-2	3	1	2
25	1,5	-2	3	0,667	2,333
26	1,5	-2	3	0,667	2,333
27	2	-2	3	0,5	2,5
28	2,5	-2	3	0,4	2,6
29	3	-2	3	0,333	2,667



n°	a	b	k	Xs	Ys
30	0,5	-3	3	3	1
31	1/3	-1,5	3	1,5	1,875
32	0,5	-1	3	1	3,5
33	1/3	-0,5	3	0,5	3,875
34	0,5	0	3	0	3
35	0,5	0,5	3	-0,5	3,875
36	0,5	1	3	-1	3,5
37	0,5	1,5	3	-1,5	1,875
38	0,5	3	3	-3	1
39	0,5	3,5	3	-3,5	-0,13



Analyse : les points qui représentent Ys en fonction de b sont disposés suivant une parabole dont l'équation est de la forme $y = mx^2 + px + q$, on peut supposer que la relation qui existe entre Ys et b est de la forme $Ys = mb^2 + pb + q$. En utilisant les coordonnées de quelques points qui sont sur le graphique on trouve : si $b = 0$; _____, puis, si $b = 1$; _____ et enfin si $b = 3$; _____. On peut alors résoudre un système

Et trouver la formule qui exprime Ys en fonction de b