

## Décloisonner les chapitres en maths en collège : progression d'année spiralee

par Alfred Bartolucci<sup>(\*)</sup>

Le groupe Maths collège du CEPEC a engagé depuis plusieurs d'années un travail sur le décloisonnement des chapitres en collège. En aucun cas le décloisonnement ne saurait relever d'une méthode. Certes certaines expériences sont éclairantes, mais ce qui est à retenir ce sont avant tout les principes plus que telle ou telle particularité de mise en œuvre. Nous accueillons avec intérêt toutes propositions et toutes questions sur le sujet.

Les programmes de collège insistent sur le fait que chaque chapitre n'est pas « un tout à faire d'un bloc ». Avec le nouveau profil d'élèves à former, il est essentiel que ceux-ci soient conduits à faire des liens entre numérique et géométrique, entre numérique et algébrique, entre plan et espace, ... La progression spiralee s'appuie sur quelques principes en rupture avec un fonctionnement « linéaire ».

### I. Les caractéristiques d'une progression

Créer une progression, c'est créer des unités de formation par périodes à partir d'un programme officiel et en fonction des élèves auxquels on s'adresse. Chaque unité comprend des éléments du programme à traiter et tient compte des exigences de seuils de maîtrise (situations, questions de savoir, savoir-faire, ...) et des priorités annuelles ou de période sur les visées transversales partagées si possible avec d'autres disciplines.

Cependant, il faut veiller à ne pas créer une progression en fonction de la planification d'un devoir commun et à ne pas privilégier des chapitres à traiter coûte que coûte pour être « dans les temps ».

### II. Les grands types de progression

On peut répertorier quatre types de progressions :

#### 1. La progression par chapitres

Une tranche de savoir est traitée en quelques séances.

Les avantages : c'est sécurisant pour le professeur, les élèves et les parents.

Les inconvénients : cela donne une impression d'achevé, l'enseignement est cloisonné.

#### 2. La progression par objectifs

Chaque séance est tournée vers un objectif.

Les avantages : l'apprentissage est finalisé.

Les inconvénients : on a une juxtaposition des savoirs. Chaque apprentissage est ponctuel. Les savoir-faire sont techniques et l'évaluation hors enjeux.

#### 3. La progression par micro-chapitres

Chaque séquence mêle plusieurs chapitres.

Les avantages : il y a interaction entre des contenus différents. Les savoirs sont mis en réseaux.

---

<sup>(\*)</sup> Groupe Maths-collège du CEPEC (Centre d'Études Pédagogiques pour l'Expérimentation et le Conseil) [a.bartolucci@cepec.org](mailto:a.bartolucci@cepec.org)

Les inconvénients : c'est peu sécurisant. L'élève a peu de visibilité sur ce qu'il doit savoir.

#### **4. La progression par situations**

L'entrée se fait par des problèmes référés à des maîtrises.

Les avantages : l'apport des contenus est en réponse à des besoins. On peut faire des approches interdisciplinaires.

Les inconvénients : cette progression nécessite un fort pilotage par le professeur. On peut passer à côté de l'institutionnalisation de certains contenus.

### **III. Le choix de décloisonner les chapitres**

Décloisonner les chapitres consiste :

- à conserver les « chapitres » du programme en choisissant des thèmes longitudinaux (espace, proportionnalité, transformation, ...) lors de l'approche et la construction des savoirs ainsi que dans les activités d'application et dans les activités d'entraînement ;
- à sortir d'une organisation par « chapitre » en rapprochant divers « micro-chapitres » du programme, le même chapitre étant abordé en plusieurs temps ;
- à centrer la construction des savoirs sur des situations-problèmes « multichapitres ».

Décloisonner les chapitres permet :

- de traiter le prioritaire dans les deux premiers trimestres ;
- de ne plus traiter chaque chapitre en un seul bloc ;
- de ne plus faire des chapitres de révision qui ne sont souvent que des « retours musclés », mais plutôt de traiter l'ancien au travers du nouveau ;
- de mêler au maximum les thèmes (notamment le numérique, l'algèbre et le géométrique).

Cependant, une des objections souvent faite à ce type de progression est : « Comment l'élève peut-il s'y retrouver ? ». L'avancée dans la progression se fait en alternant des activités dans divers chapitres, aussi le savoir construit se réfère à des chapitres différents. Il faut donc prévoir l'organisation de la prise de note du cours pour les élèves ? Bien entendu à chaque séance on n'écrit pas de synthèse sur le cahier de leçons (on peut cependant noter un élément de savoir sur le cahier « d'exercices » en regard d'une activité particulière). Mais après quelques séances où le savoir a été abordé et surtout réinvesti dans diverses activités, on écrit une trace de ce qu'il est important de savoir. Cette trace ne prend pas en compte tout un chapitre mais seulement ce qui a été vu dans le chapitre. Ainsi, par commodité on utilise un cahier répertoire dans lequel on a anticipé les grandes têtes de chapitres. Il est judicieux que ces entrées soient en nombre réduit afin que les élèves puissent progressivement les avoir en tête. Sur ce cahier de cours, en cas de besoins, on peut coller des « rappels de cours » relatifs à des savoirs antérieurs. Ces rappels peuvent être réalisés par deux ou trois élèves, au service de la classe, discuté et validé en classe en vue d'être photocopié et distribué à chacun.

Exemple de sommaire du cahier répertoire en classe de troisième

1. Nombres et calcul numérique.
2. Écritures littérales, formules, équations / inéquations, fonctions.

3. Proportionnalité et statistiques.
4. Triangle rectangle, trigonométrie et propriété de Thalès.
5. Géométrie dans l'espace et sphère.
6. Vecteurs et translations. Rotations et angles. Polygones réguliers.
7. Preuve mathématique.

#### **IV. Comment construire une progression**

Dans ce paragraphe sont énoncés quelques points importants dans la construction d'une progression spiralée, illustrés d'exemples concernant la classe de troisième.

##### **1. Se donner des appuis.**

Il semble indispensable de se munir de divers documents :

- textes des programmes ;
- textes d'accompagnement ;
- articles d'analyse ou de recommandation de parties des programmes ;
- exemples divers de progressions ;
- manuels, dont celui de la classe.

##### **2. Définir le profil but.**

Il s'agit de décrire le bénéfice pour l'élève : à quoi veut-on former l'élève.

Développement global : attitudes, postures, compétences transversales.

Maîtrises mathématiques : instrumentation conceptuelle, nature des maîtrises, seuils de maîtrise.

La définition des compétences « globales » est essentielle pour la conception des unités de formation, chacune croisant plusieurs micro-chapitres.

**Compétence 1 :** Réaliser une construction complexe (plusieurs étapes) aux instruments de dessin (infos données par une figure à main levée et/ou du texte).

**Compétence 2 :** À partir d'objets de l'espace ou de documents les représentant organiser des relevés de mesures et réaliser leur maquette.

**Compétence 3 :** Rédiger un programme de construction d'une figure donnée.

**Compétence 4 :** Résoudre un problème de planification de calculs numériques et/ou algébriques.

**Compétence 5 :** Écrire et/ou contrôler un enchaînement déductif de 3 à 4 étapes.

**Compétence 6 :** Établir une preuve et rédiger une démonstration.

**Compétence 7 :** À partir de données fournies sous diverses formes (tableau, graphique, extension, ...) sélectionner et retraiter des données pour répondre à une demande.

##### **3. Définir les « notions » prioritaires.**

Pour chacune, préciser les liens avec l'amont et l'aval.

Décrire le réseau de notions dans lequel elle peut s'inscrire.

##### **4. Définir les unités de formation.**

- Pour une unité de temps (2 à 6 semaines) regrouper des micro-chapitres à travailler en interaction.
- Rechercher ou construire des situations ou des activités permettant de travailler ces articulations.

Ici, on anticipe le fait que l'on va traiter divers chapitres en interaction mais difficile de dire avec précision combien de temps on passe sur l'un ou sur l'autre. L'exemple présente une fiche d'activités de recherche pour des élèves de troisième. Cette fiche semble porter sur la sphère et la boule mais à ce propos on va travailler :

- la propriété de Pythagore pour calculer ;
- le cosinus ;
- l'utilisation de la calculatrice ;
- les notions de valeur exacte et approchée ;
- l'utilisation de formules (calculer, résoudre, transformer) ;
- le sens de l'écriture  $\sqrt{a}$  avec  $a$  positif ;
- l'équation  $x^2 = a$  ;
- la notion de fonction, de tableau de valeurs, de représentation graphique ;
- ...

En fait chaque fiche d'activités de recherche est souvent caractérisée par une dominante. Le tout est de construire diverses fiches d'activités qui pour la période considérée permettent de couvrir l'ensemble des exigences sélectionnées pour la période. Pour la période suivante, certaines des exigences préalablement travaillées seront à nouveau investies.

- Pour chaque unité décrire le réseau notionnel mettant en évidence les articulations à travailler.



<sup>1</sup> voir annexe 1

**5. Stabiliser les grandes « entrées des contenus ».**

Expliciter les regroupements de chapitres (en référence aux programmes).<sup>2</sup>  
Réguler une progressivité intra-chapitre et inter-unités.

**Annexe 1**

1. En coupant un cylindre par un plan, est-il possible de ne pas obtenir un disque (un cercle) ? Faire plusieurs dessins qui représentent diverses possibilités (expériences avec des cylindres en mousse).
2. Si le plan coupe le cylindre en étant perpendiculaire à l'axe du cylindre, que représente l'axe du cylindre pour tous les diamètres de la section ?
3. Si le plan coupe le cylindre en faisant un angle de  $60^\circ$  avec l'axe du cylindre existe-t-il un diamètre de la section qui est perpendiculaire à l'axe ?
4. Voici un dessin en perspective parallèle de la section d'un cylindre.

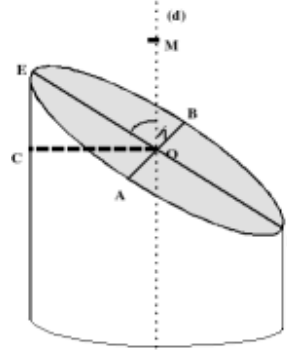


Figure 1

Le dessin n'est pas aux vraies mesures. [AB] est le diamètre perpendiculaire à l'axe et [EF] est perpendiculaire à [AB]. Si le rayon du cylindre d'axe (d) est 5 cm et si  $EF = 20$  cm, déterminez :

- les distances AB, OC, OE, EC
  - la mesure en degrés de l'angle OEM.
5. Voici le dessin d'une sphère avec un grand cercle de diamètre [AB] et un cercle  $\Gamma$  de la sphère « parallèle » au grand cercle représenté. Le diamètre du grand cercle mesure 8 cm. C et D sont sur le grand cercle, E, G et H sur la sphère et F sur  $\Gamma$ . Le dessin n'est pas aux vraies mesures.

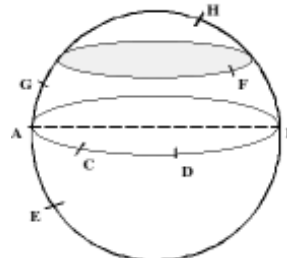


Figure 2

<sup>2</sup> voir annexe 2

- Placer le centre  $O$  de la sphère.
  - Déterminer les distances  $OA, OB, OC, OD, OE, OF, OG$  et  $OH$ .
  - Placer  $C'$  symétrique de  $C$  par rapport à  $O$ .
  - Placer  $G'$  symétrique de  $G$  par rapport à  $O$ .
6. En coupant une sphère par un plan, est-il possible de ne pas obtenir un disque (un cercle) ? Expliquez. (Expérience avec balles en mousse).

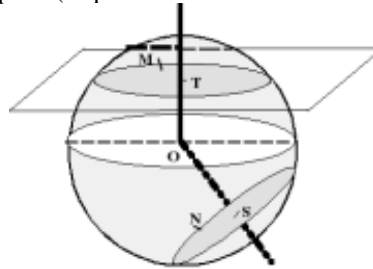


Figure 3

Le rayon de la sphère est de 10 cm.

- Si  $OT = 3$  cm déterminer  $TM$ .
  - Si  $OS = 4,2$  cm déterminer  $SN$ .
7. On considère le cylindre, la demi-boule et le cône représentés ci-dessous.

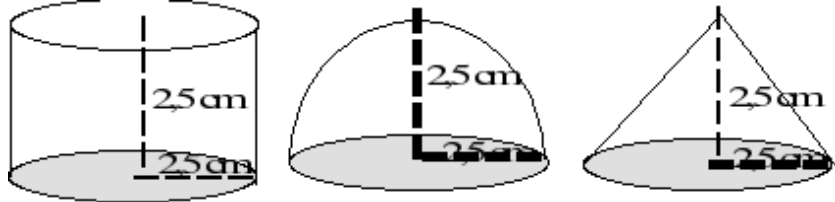


Figure 4

Calculer le volume de chaque solide. On donnera les valeurs exactes.

8. Une boule de rayon 12 cm est placée dans un cylindre de rayon 12 cm et de hauteur 24 cm.
- Quel est le volume de l'espace libre ?
  - Comparer l'aire latérale du cylindre et l'aire de la sphère.
9. Un aquarium à la forme d'une calotte sphérique de centre  $O$  (voir schéma ci-dessous), qui a pour rayon  $R = 12$  et pour hauteur  $h = 19,2$  (en centimètres).

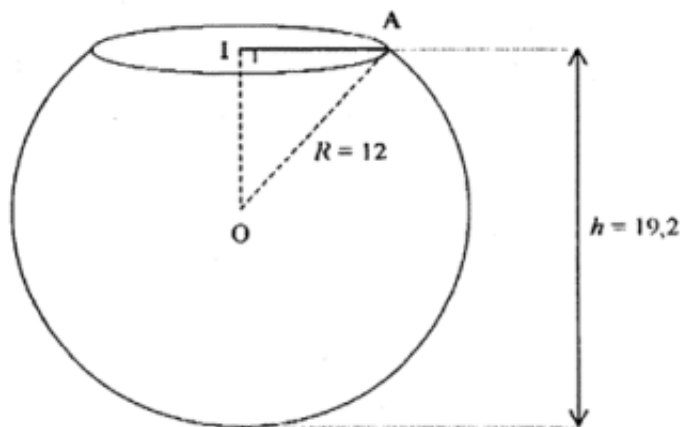


Figure 5

- Calculer l'aire du disque d'ouverture de l'aquarium.
- Le volume d'une calotte sphérique est donné par la formule  $V = \frac{\pi h^2}{3} \times (3R - h)$  où  $R$  est le rayon de la sphère et  $h$  la hauteur de la calotte sphérique. Cette formule permet-elle de calculer le volume d'une boule ou d'une sphère complète ? Expliquer.
- On verse de l'eau dans l'aquarium. La hauteur de l'eau dans celui-ci varie de 1 cm en 1 cm. Comment évolue le volume d'eau dans l'aquarium ? Faire un tableau et un graphique.

## Annexe 2

### Exemple de mise en progression

#### Travaux numériques en classe de troisième

##### Description du tableau

Première colonne : compétences exigibles du programme

Colonnes 2 à 6 : présentation des 5 types d'activités : **C** (pour Calculer / Résoudre / Développer / Factoriser), **P** (pour Planifier des calculs), **G** (pour Gérer des données), **R** (pour Représenter / construire), **D** (pour Démontrer / Prouver). Une croix dans une colonne indique que la compétence exigible correspondante peut être impliquée dans le type d'activité.

Quatre dernières colonnes : elles correspondent aux périodes : **1** (Sept / mi-Nov), **2** (mi Nov / Jan), **3** (Fev / Avr), **4** (Mai / Juin). Un **C** dans une colonne signifie que l'on commence à travailler la compétence exigible dans cette période (même succinctement). Une croix dans la colonne signifie que la compétence exigible est travaillée de façon significative même si elle pourra être reprise plus tard.

Exigibles	C	P	G	R	D	1	2	3	4
Factoriser des expressions telles que : $(x + 1)(x + 2) - 5(x + 2)$ ;	X					C			

$(2x + 1)^2 + (2x + 1)(x + 3)$ .	X	X				C		
Connaître les égalités :	X						C	
$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$	X	X					C	
$(a - b)^2 = a^2 + b^2 - 2ab$	X	X					C	
$(a + b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$	X	X				C		
les utiliser sur des expressions numériques/ littérales simples telles que								
$101^2 = (100 + 1)^2 = 100^2 + 200 + 1$	X	X				C		
$(x + 5)^2 - 4 = (x + 5 + 2)(x + 5 - 2)$	X	X					C	
Savoir que , si a désigne un nombre positif, $\sqrt{a}$ est le nombre positif dont le carré est a.	X	X				C		
Sur des exemples numériques où a est un nombre positif, utiliser les égalités : $(\sqrt{a})^2 = a, \sqrt{a^2} = a$	X	X				C		
Déterminer, sur des exemples numériques, les nombres x tels que $x^2 = a$ , où a désigne un nombre positif.	X	X				C		
Sur des exemples numériques, où a et b sont 2 nombres positifs, utiliser les égalités :	X	X					C	
$\sqrt{ab} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}$								
$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$	X	X					C	
Utiliser le fait que des nombres relatifs de la forme ab et ac sont dans le même ordre que b et c si a est strictement positif, dans l'ordre inverse si a est strictement négatif.	X	X				C		
Résoudre une inéquation du premier degré à 1 inconnue à coefficients numériques.	X	X				C		
Représenter ses solutions sur une droite graduée.	X	X	X			C		
Résoudre algébriquement un système de 2 équations du 1 <sup>er</sup> degré à 2 inconnues, admettant une solution et une seule ; en donner une interprétation graphique.	X	X	X				C	
Résoudre une équation sous la forme A 1 B = 0, où A et B désignent 2 expressions du premier degré de la même variable.	X	X				X		
Mettre en équation et résoudre un problème conduisant à une équation, une équation ou un système de 2 équations du premier degré.	X	X	X			X		
Déterminer si 2 entiers donnés sont premiers entre eux.	X	X			X	X		
Simplifier une fraction donnée pour la rendre irréductible.	X	X			X	X		