

## Casyopée : un environnement de calcul formel pour le lycée

Dix-huit personnes ont participé à cet atelier qui s'est déroulé dans une salle informatique, chaque participant disposant d'un ordinateur. Le logiciel Casyopée est en cours de développement et notre groupe de recherche INRP – IREM de Rennes le présente dans différents congrès, sa diffusion est pour l'instant limitée. Lors d'utilisation avec des professeurs nous recueillons leurs remarques et suggestions, utiles pour faire évoluer ce logiciel.

Sur chaque ordinateur a été installé, en plus du logiciel Casyopée, le logiciel MuPad 2.0 en version démonstration valable 30 jours. Le noyau de calcul formel du logiciel MuPad est utilisé par le logiciel Casyopée.

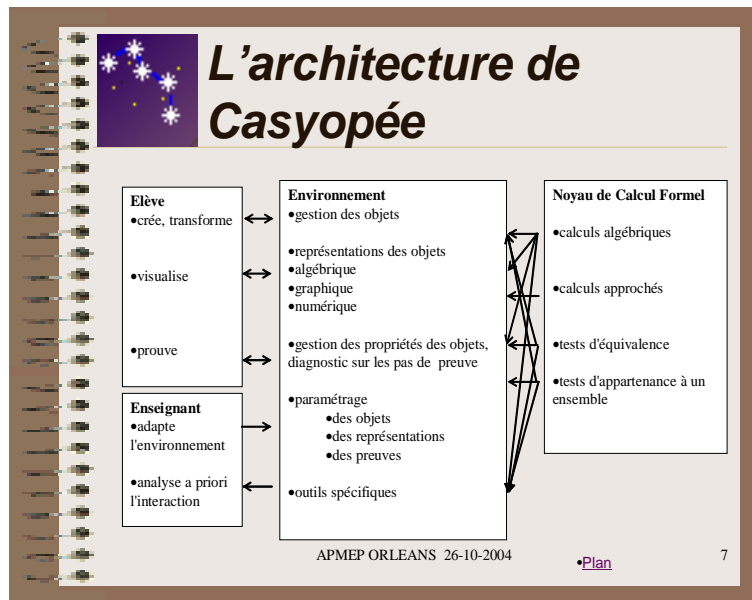
Pendant environ quinze minutes, à l'aide d'un diaporama, le logiciel Casyopée a été *brièvement* présenté.

Son historique : plusieurs personnes ont travaillé à l'IREM de Rennes ou dans le cadre d'une recherche INRP sur l'utilisation des logiciels utilisant le calcul formel dans l'enseignement des mathématiques au lycée (utilisation de DERIVE, réalisation d'un exerciceur sur TI92). Depuis plusieurs années nous développons sur PC ce logiciel Casyopée qui utilise le calcul formel.

Les logiciels de calcul formel : ils sont plus adaptés pour les professeurs que pour des élèves de lycée. Ces logiciels donnent des réponses (factorisation, calcul de dérivées ...) qui permettent à l'élève principalement de vérifier ses calculs ou ses conjectures.

Les possibilités du calcul formel : il permet de libérer l'élève de tâches calculatoires, l'élève peut alors mieux s'intéresser à la résolution du problèmes posé et à la recherche de preuves. Le calcul formel permet aussi d'élargir le champ des problèmes (étude de situations avec paramètres par exemple) et de susciter de nouvelles questions chez les élèves.

L'architecture de Casyopée repose sur le schéma suivant :



Casyopée gère des fonctions d'une variable réelle avec ou sans paramètres. Il offre des aides logicielles à la preuve. Le professeur peut tenir compte des connaissances et du niveau de l'élève : il détermine alors les outils de calcul formel disponibles pour l'élève et les propriétés utilisables pour établir une preuve.

Après cette présentation les participants ont testé le logiciel en utilisant le document « Prise en main du logiciel ». Trois exercices sont proposés dans ce document, adaptables en classe de seconde.

Les réactions des participants sont consignées après chaque exercice.

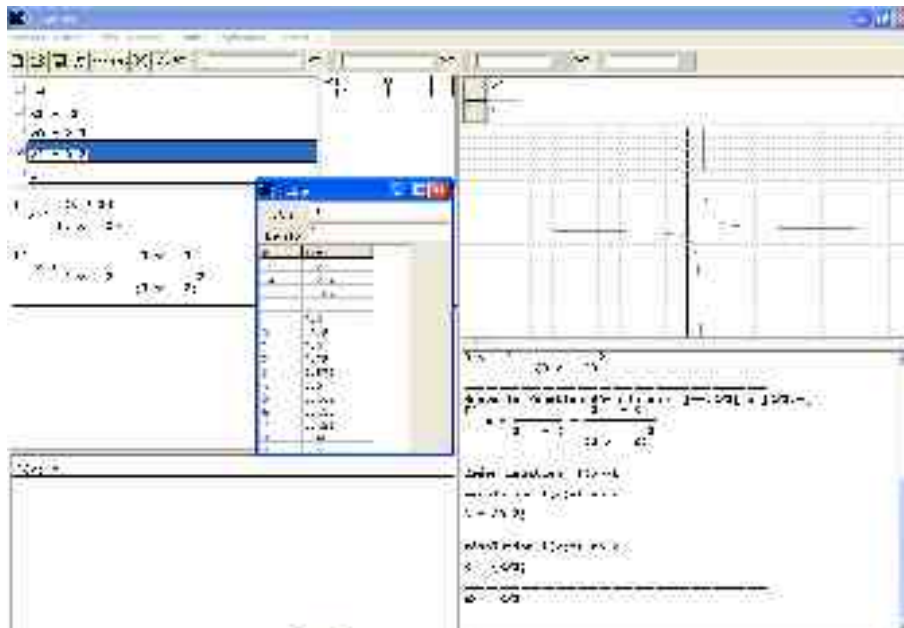
Le premier exercice est l'étude de la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = \dots$

Le but de cet exercice est de montrer les possibilités du logiciel pour étudier une fonction. Sur un même écran plusieurs fenêtres s'ouvrent : celles qu'on trouve habituellement sur les calculatrices graphiques (liste des expressions, représentations graphiques, tableau de valeurs, etc) et des nouvelles comme la fenêtre des valeurs entrées de  $x$ , la fenêtre des valeurs symboliques ou la fenêtre permettant la résolution d'équations. Les outils de calcul formel (factorisation, développement, dérivée, zéros,...) permettent d'obtenir de nouvelles expressions qu'il est possible d'ajouter dans une liste. Une caractéristique importante de Casyopée est l'existence d'un bloc note : le travail effectué par l'élève (gestes, propriétés utilisées, résultats,...) est y inscrit. Ce bloc note est à la fois une mémoire

du travail effectué et un outil facilitant les échanges entre l'élève et le professeur. L'élève gère lui-même ce bloc note : il peut en modifier son contenu en supprimant des lignes ou en y insérant des commentaires.

Les remarques lors de ce premier exercice ont porté principalement sur la façon d'entrer une fonction : Casyopée oblige de préciser l'ensemble de définition avant d'écrire l'expression. Il est possible ensuite de modifier l'expression mais pas l'ensemble de définition. Avec les calculatrices graphiques l'élève n'a pas à réfléchir a priori sur l'ensemble de définition. Notre groupe de recherche a fait le choix d'obliger les élèves à tenir compte d'abord des ensembles de définition avant d'entrer les expressions. Un bouton « Auto » donne le plus grand ensemble de définition possible (si celui-ci n'a pas été précisé dans l'énoncé).

Une autre remarque a porté sur l'écriture des nombres dans le tableau de valeurs (« Table ») : on ne peut entrer que des décimaux (impossibilité d'entrer ou tout rationnel non décimal), peu pratique pour les élèves. De même certains affichages sont à revoir (écriture des fractions ou des fonctions rationnelles).



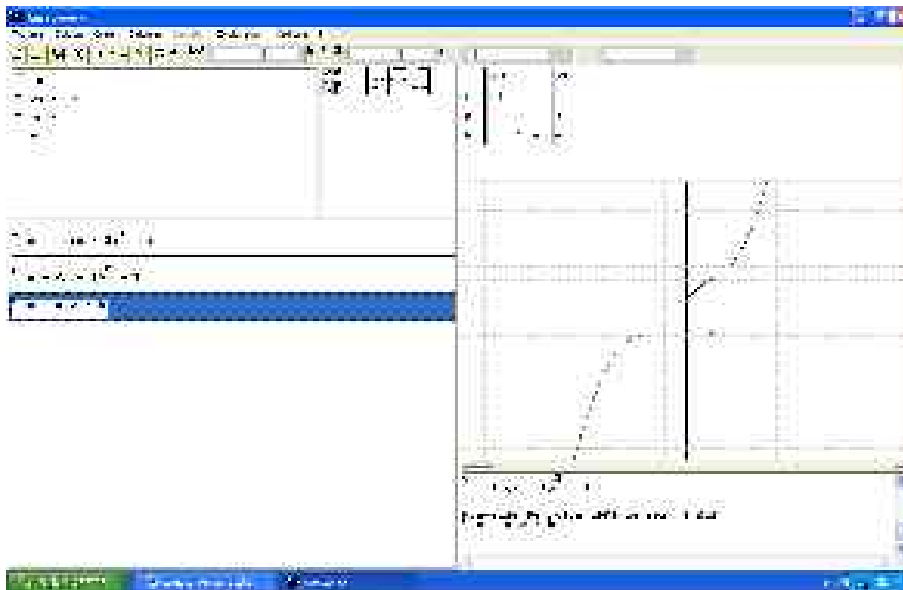
Ce premier exercice a montré que Casyopée est d'utilisation simple et ne demande pas d'apprentissage particulier.

Le deuxième exercice montre comment il est possible, avec Casyopée, de traiter un problème comportant des paramètres.

On considère deux fonctions : la première  $f$  est définie sur  $] - 1 ; - 2]$  par  $f(x) = -(x + 2)^2 - 1$ , la deuxième  $g$  est définie sur  $[ 1 ; + 1[$  par  $g(x) = (x - 1)^2 + 3$ . On demande de raccorder les courbes de  $f$  et de  $g$  en utilisant celle d'une fonction affine  $h$  définie sur  $[- 2 ; 1]$  par  $h(x) = ax + b$ .

Les paramètres sont pilotables et, pour chacun, on peut en modifier les valeurs extrêmes et le pas. A chaque nouvelle valeur des paramètres la représentation graphique de  $h$  change en tenant compte de la valeur choisie. Le pilotage permet de faire des essais, de conjecturer et de réfléchir à la preuve, le tableau des valeurs symboliques pouvant y aider.

Cet exercice et ceux du document d'accompagnement montrent qu'il est possible, même en classe de seconde, de traiter des problèmes avec paramètres, et surtout, de les résoudre. Le pilotage permet de conjecturer (il comporte aussi un aspect ludique). Les possibilités du calcul formel et du logiciel aident ensuite l'élève à construire une preuve. Enfin, l'élève, après avoir résolu des problèmes, peut comprendre l'intérêt de certains outils comme par exemple la factorisation.



Le troisième exercice montre comment, sur un exemple simple, Casyopée permet d'établir une preuve.

Casyopée possède un menu « Justifier » conçu comme une aide à la preuve. L'élève choisit parmi des propriétés celles qui lui paraissent utiles pour établir un résultat. Ce choix est libre et plusieurs façons de procéder possibles. Dans le bloc note il peut y copier des tableaux de signes ou de variation de la fenêtre des fonctions, et, surtout, il peut compléter les résultats écrits par Casyopée par des commentaires personnels pour obtenir une rédaction cohérente et complète de sa preuve. Dans l'exemple traité il est nécessaire, à un moment donné, de déterminer le signe d'une fonction affine. L'élève a le choix entre deux méthodes : utiliser la propriété sur le signe des fonctions affines ou déterminer le sens de variation pour en déduire le signe. La comparaison des deux méthodes est l'occasion de débat chez les élèves.

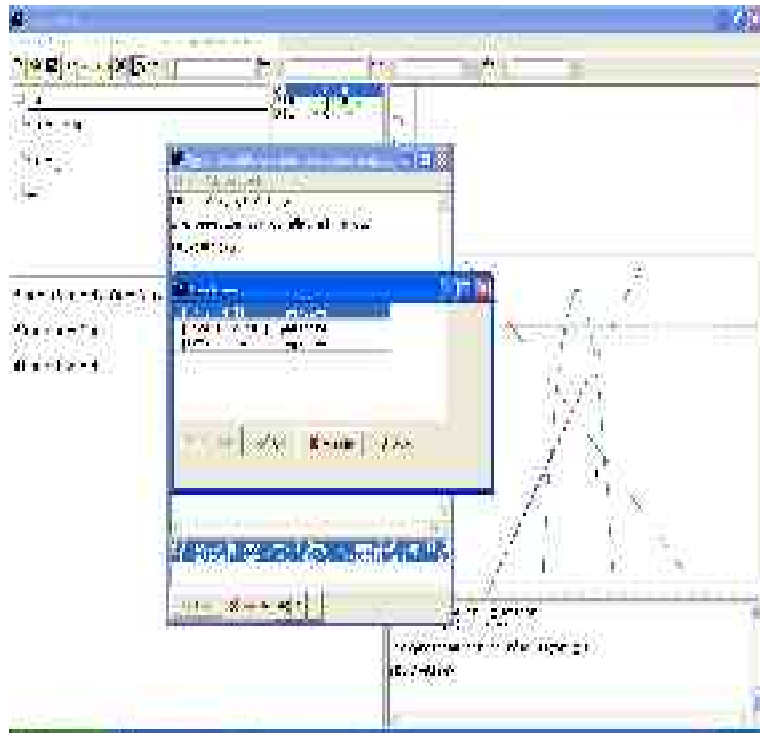
L'exercice consiste à déterminer le signe sur de la fonction  $f$  définie par  $f(x) = (3x + 4)(\pi - 2x)$ .

On demande à Casyopée d'extraire les deux sous expressions qui sont considérées alors comme des fonctions liées à la fonction  $f$  ; on obtient les fonctions  $f_0(x) = \pi - 2x$  et  $f_1(x) = 3x + 4$ .

Le signe de  $f_0(x)$  est établi en utilisant dans le menu « Justifier » la commande « signe d'une expression affine ». Une boîte de dialogue demande d'abord de caractériser la fonction affine puis une autre de donner le signe. Celui-ci s'inscrit alors dans le tableau de la fonction  $f_0$ .

Pour la deuxième sous expression  $f_1(x)$ , on utilise la commande « sens de variation », puis le signe est déterminé à condition que le zéro ait été précisé.

Enfin la commande « produit quotient » applique la règle des signes et le résultat s'inscrit dans le tableau de la fonction  $f$ . Le tableau est copiable dans le bloc note et on peut demander à l'élève de compléter la réponse en écrivant par exemple les propriétés utilisées.



Ces possibilités de justifications offertes par Casyopée soulèvent de nombreuses questions.

- Dans quelles circonstances utiliser ce menu « Justifier » ?
- L'élève peut par « clics » successifs arriver à la bonne réponse sans avoir compris les gestes effectués.
- Dans certaines boîtes de dialogue un bouton « Auto » donne la réponse directement.
- Quelles nouvelles perspectives ouvre ce menu « Justifier » ?

Il est important de demander à l'élève de compléter les réponses données par Casyopée par des justifications personnellement rédigées dans le bloc note. Donnera-t-on alors envie à l'élève d'établir une preuve avec rigueur ?

*Ce type de menu « Justifier » a été testé sous une autre forme avec le projet Variatio sur TI92. Nous avons tenu compte des expérimentations réalisées avec Variatio pour construire un menu Justifier sur Casyopée, plus complet et permettant plus de choix pour l'élève. Un des objectifs du groupe est de tester*

*ce menu auprès d'élèves ; il pourrait être utilisé, par exemple, en aide individualisée en classe de seconde.*

Les remarques faites par les participants à l'atelier ont principalement porté sur les formulations utilisées dans les boîtes de dialogue : elles apparaissent parfois compliquées, le langage est précis mais difficilement compréhensible par les élèves. Une demande est de rendre les formulations correctes mais plus simples. Enfin, les tableaux, dans la fenêtre des fonctions, où les résultats donnant le signe ou le sens de variation sont inscrits, apparaissent peu lisibles (caractères trop petits) ; cette fenêtre est à redimensionner.

Lors de ces trois exercices des remarques sur l'écriture des nombres, la taille des caractères ou celle des tableaux ont été formulées, il sera possible d'en tenir compte pour faciliter l'utilisation de Casyopée.

En conclusion, il est difficile d'évaluer en 1h30 les possibilités d'un tel logiciel. Son utilisation, qui rappelle les gestes effectués par les élèves en « papier crayon », n'exige pas de séances spécifiques d'initiation. Par contre, il ouvre de nouvelles perspectives dans le champ des études des fonctions et les documents d'accompagnement incitent à explorer les possibilités de Casyopée (le menu « aide » du logiciel peut alors s'avérer être utile).

A la fin de l'atelier plusieurs personnes ont emporté une version de démonstration du logiciel.

Pour en savoir plus sur Casyopée il est possible d'aller sur le site de l'IREM de Rennes à l'adresse suivante :

[http://www.irem.univ-rennes1.fr/recherches/groupe/groupe\\_aide\\_logiciel/index.htm](http://www.irem.univ-rennes1.fr/recherches/groupe/groupe_aide_logiciel/index.htm)  
ou contacter :

Le Feuvre Bernard : [le-feuvre.bernard@wanadoo.fr](mailto:le-feuvre.bernard@wanadoo.fr)