

∞ CONCOURS AVENIR - 8 MAI 2019 ∞

DURÉE : 1 h 30 min

Lire attentivement les consignes afin de vous placer dans les meilleures conditions de réussite de cette épreuve.

Cette épreuve comporte volontairement plus d'exercices que vous ne pouvez en traiter dans le temps imparti.

La raison en est que votre enseignant n'a pas forcément traité l'ensemble du programme de Terminale S.

Vous devez répondre à 45 questions au choix parmi les 60 proposées pour obtenir la note maximale.

Si vous traitez plus de 45 questions, seules les 45 premières seront prises en compte.

Barème :

Une seule réponse exacte par question. Afin d'éliminer les stratégies de réponses au hasard, **chaque réponse exacte est gratifiée de 3 points**, tandis que **chaque réponse fautive est pénalisée par le retrait d'un point.**

SUITES NUMÉRIQUES

1. Soit (u_n) une suite arithmétique telle que $u_{10} = 12$ et $u_{15} = 8$.

Que vaut la raison r de (u_n) ?

- a. $r = 0,6$; b. $r = -0,6$; c. $r = -0,8$; d. $r = -1,2$.

2. Soit (u_n) une suite arithmétique telle que :

$$u_{2018} = 12 \quad \text{et} \quad \frac{u_{2018} + u_{2020}}{2} = 12,5.$$

Que vaut la raison r de (u_n) ?

- a. $r = 0,5$; b. $r = 1$; c. $r = -1$; d. $r = -0,5$.

3. Soit (u_n) la suite arithmétique de premier terme $u_0 = -10$ et de raison 2; soit (v_n) la suite géométrique de premier terme $v_0 = 1$ et de raison 2; soit enfin (w_n) la suite définie sur \mathbb{N} par :

$$w_n = \frac{u_n + v_n}{2}.$$

La somme $u_9 + v_9 + w_9$ est égale à :

- a. 260; b. 520; c. 780; d. 1 560.

4. Soit (u_n) une suite géométrique de raison 2 et (v_n) la suite définie par $v_n = 2u_n$.

On peut alors affirmer que :

- a. (v_n) est une suite géométrique de raison 2.
 b. (v_n) est une suite géométrique de raison 4.
 c. (v_n) est une suite arithmétique de raison 2.
 d. (v_n) est une suite arithmétique de raison 4.
5. Soit (u_n) une suite géométrique de raison $q \neq 0$ et (v_n) la suite définie par $v_n = u_{n+1} - u_n$.
 On peut alors affirmer que :
- a. (v_n) est une suite géométrique de raison q .
 b. (v_n) est une suite géométrique de raison $q - 1$.
 c. (v_n) est une suite géométrique de raison $q(q - 1)$.
 d. (v_n) est une suite arithmétique de raison q .
6. Soit (u_n) la suite à valeurs strictement positives définies sur \mathbb{N} par $u_0 = 2$ et pour tout $n \in \mathbb{N}$:

$$u_{n+1} = \frac{2u_n}{u_n + 1}.$$

On définit également la suite (v_n) par pour tout $n \in \mathbb{N}$:

$$v_n = \frac{u_n - 1}{u_n}.$$

La suite (v_n) est :

- a. géométrique de raison 2; b. géométrique de raison $\frac{1}{2}$;
 c. arithmétique de raison -1 ; d. arithmétique de raison 2.

7. Soit $(u_n)_{n \geq 0}$ la suite définie par $u_0 = -1$ et pour tout $n \in \mathbb{N}$:

$$u_{n+1} = 2u_n + n + 4.$$

On définit également sur \mathbb{N} la suite (v_n) par $v_n = u_n + n + a$. Pour quelle valeur de a la suite (v_n) est-elle géométrique?

- a. 2 b. -2 c. $\frac{5}{2}$ d. 5
8. Soit (u_n) définie sur \mathbb{N} telle que, pour tout n entier naturel non nul :

$$u_{n+1} = \frac{1}{2n} u_n + 2n + 2.$$

On a alors :

- a. $u_{n+2} = \frac{1}{4n(n+1)} u_n + 2n + 5$ b. $u_{n+2} = \frac{1}{4n(n+1)} u_n + 2n + 6$
 c. $u_{n+2} = \frac{1}{4n^2} u_n + 2n + 7$ d. $u_{n+2} = \frac{1}{4n^2} u_n + 2n + 6$

Géométrie plane et nombres complexes

Pour les questions 9, 10 et 11, on considère l'algorithme suivant :

Variables
 x, y, z : nombres réels
 Début algorithme
 Saisir x, y, z
 Si $(x-2)^2 + (y+5)^2 = z^2$ alors :
 Afficher « Vrai »
 Sinon :
 Afficher « Faux »
 Fin algorithme

9. Que permet de faire cet algorithme?
- Tester si un point appartient à une droite.
 - Tester si un point est sur un côté d'un triangle.
 - Tester si un triangle est rectangle.
 - Tester si un point appartient à un cercle.
10. Si l'utilisateur de cet algorithme entre une valeur négative pour z , alors :
- On obtient toujours « Vrai », quelles que soient les valeurs de x et de y .
 - On obtient un message d'erreur car l'algorithme ne fonctionne pas.
 - On obtient toujours « Faux », quelles que soient les valeurs de x et de y .
 - L'affichage dépend des valeurs de x et de y .
11. Dans quel cas obtient-on « Vrai »?
- $x = 3, y = 4, z = 5$;
 - $x = 1, y = 1, z = 2$;
 - $x = 2, y = -5, z = -3$;
 - $x = 5, y = -1, z = 5$.

12. Un carré a une aire égale à 48 cm^2 . La longueur de l'une de ses diagonales est égale à :
- a. $4\sqrt{6} \text{ cm}$; b. $8\sqrt{3} \text{ cm}$; c. $8\sqrt{6} \text{ cm}$; d. $4\sqrt{3} \text{ cm}$.
13. On note j un nombre complexe, solution de l'équation $1 + z + z^2 = 0$.
On peut affirmer que $(j + j^2 + j^3)^3$ est égal à :
- a. 0; b. 1; c. j ; d. j^2 .
14. La partie réelle du nombre complexe $2i\left(1 + i + \cos\frac{\pi}{3} + i\sin\frac{\pi}{3}\right)$ est égale à :
- a. 3; b. $-2 - \sqrt{3}$; c. $\frac{3}{2}$; d. $\frac{2 + \sqrt{3}}{2}$.
15. On note $\Re(z)$ la partie réelle et $\Im(z)$ la partie imaginaire d'un nombre complexe z .
Si z_1 et z_2 désignent deux nombres complexes non nuls, alors $\Re((z_1 + iz_2)(1 + i))$ est égal à :
- a. $\Re(z_1 - z_2) - \Im(z_1 + z_2)$; b. $\Re(z_1) - \Im(z_2)$;
c. $\Re(z_1 - z_2)$; d. $\Im(z_1) - \Re(z_2)$.
16. Si $z = \cos\frac{\pi}{8} + i\sin\frac{\pi}{8}$, alors z^8 est égal à :
- a. 1; b. i ; c. -1 ; d. $-i$.

17. Soit p un nombre réel et (E) l'équation suivante :

$$2pz^2 + (1 - p)z + 2p = 0.$$

À quel ensemble doit appartenir p pour que (E) ait deux racines complexes conjuguées distinctes?

- a. $\left[-\frac{1}{3}; \frac{1}{5}\right]$; b. $\left]-\frac{1}{3}; \frac{1}{5}\right[$;
c. $\left]-\infty; -\frac{1}{3}\right] \cup \left[\frac{1}{5}; +\infty\right[$; d. $\left]-\infty; -\frac{1}{3}\right] \cup \left[\frac{1}{5}; +\infty\right[$
18. Soient z_1 et z_2 deux nombres complexes d'arguments respectifs :

$$\arg(z_1) = \frac{5\pi}{8} \quad \text{et} \quad \arg(z_2) = \frac{5\pi}{6} \quad \text{dans}]-\pi; \pi].$$

On peut alors affirmer que la valeur dans $]-\pi; \pi]$ de $\arg(z_1 \times z_2^3)$ est :

- a. $\frac{\pi}{2}$; b. $-\frac{7\pi}{8}$; c. $\frac{7\pi}{8}$; d. $-\frac{\pi}{2}$.
19. Dans le plan complexe, on appelle A le point d'affixe $(-2 + 3i)$ et I le point d'affixe $(5 + 6i)$.
Le symétrique de A par rapport à I a pour affixe :
- a. $-9 - 2i$; b. $-3 + \frac{11}{2}i$; c. $-9 + 13i$; d. $12 + 9i$.

20. Dans le plan complexe, on considère trois points distincts A, B, C d'affixes respectives z_A, z_B, z_C avec :

$$AB = 8 \text{ cm} \quad \text{et} \quad \frac{z_C - z_A}{z_B - z_A} = \frac{3}{4}i.$$

La longueur du segment [BC] est égale à :

- a. 6 cm; b. 8 cm; c. 9 cm; d. 10 cm.

FONCTIONS

21. Dans le plan muni d'un repère orthonormé, on note Δ la droite d'équation $y = x$. Par ailleurs, pour $n \in \mathbb{N}$, on note (\mathcal{C}_n) la courbe représentative de la fonction définie par :

$$x \mapsto x^2 + nx + 1.$$

Combien existe-t-il d'entier(s) naturel(s) n pour le(s)quel(s) (\mathcal{C}_n) et Δ n'ont aucun point en commun?

- a. 1; b. 2; c. 3; d. une infinité.

22. La limite, lorsque x tend vers 2 de $\frac{x^2 - x - 2}{x^2 - 3x - 2}$ est égale à :

- a. 0; b. $+\infty$; c. 2; d. 3.

23. Le domaine de définition de la fonction f , définie par :

$$f(x) = \frac{\ln x}{\ln(x - \sqrt{3}) + \ln(x + \sqrt{3})}$$

est :

- a. $]\sqrt{3}; 2[\cup]2; +\infty[$; b. $]0; +\infty[$;
c. $] -\infty; \sqrt{3}[$; d. $] -\sqrt{3}; 2[\cup]2; +\infty[$.

24. Dans le plan muni d'un repère orthonormé, on note Γ la courbe représentative de la fonction définie par $x \mapsto \ln(x)$. L'ordonnée du point de Γ en lequel la tangente à Γ passe par l'origine du repère est égale à :

- a. 0; b. 1; c. e; d. -1.

25. Le domaine de définition de la fonction f , définie par :

$$f(x) = \ln(3x + 2xe^x - xe^{2x})$$

est :

- a. $]\ln 3; +\infty[$; b. $] -\infty; 0[\cup]\ln 3; +\infty[$;
c. $]0; +\infty[$; d. $]0; \ln 3[$.

26. Soit f la fonction définie par $f(x) = \ln(\ln(\sqrt{x}))$. En notant f' la fonction dérivée de f , on peut affirmer que l'expression de $f'(x)$ est :

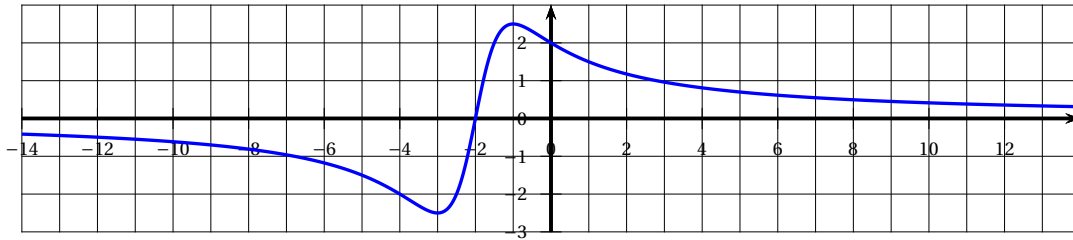
- a. $-\frac{1}{2} + \sqrt{6}$; b. $\ln\left(-\frac{1}{2} + \sqrt{6}\right)$;
 c. 3; d. $\ln 3$.

35. Dans cette question, a désigne un nombre réel et u et v désignent deux fonctions à valeurs strictement positives.

Sachant que $\int_a^{2019} \frac{u(x)}{2u(x) + 3v(x)} dx = 1$ et que $\int_a^{2019} \frac{v(x)}{2u(x) + 3v(x)} dx = 2$ on peut affirmer que :

- a. $a = 2026$; b. $a = 2016$; c. $a = 2011$; d. $a = 2022$.

Pour les questions 36 à 50, on considère une fonction u définie et dérivable sur \mathbb{R} , dont la représentation graphique dans le plan muni d'un repère orthonormé est donnée ci-après :



On donne de plus le tableau de variation de u :

x	$-\infty$	-3	-1	$+\infty$
$u(x)$	0	$u(-3)$	$u(-1)$	0

36. On peut affirmer que l'image de 8 par la fonction u est :

- a. strictement supérieure à 5;
 b. strictement inférieure à 5;
 c. égale à 5;
 d. aucune des trois affirmations précédentes n'est correcte.

37. La limite, lorsque x tend vers $+\infty$, de $u(x)$ est égale à :

- a. $+\infty$; b. $-\infty$; c. 0; d. 1.

38. Combien la valeur 0 a-t-elle d'antécédent(s) par la fonction u ?

- a. 0; b. 1; c. 2; d. une infinité.

39. Parmi les tableaux de signes suivants, lequel correspond à la fonction u ?

a.

x	$-\infty$	-2	$+\infty$
$u(x)$	-	0	+

b.

x	$-\infty$		-3		-1		$+\infty$
$u(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

c.

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
$u(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

d.

x	$-\infty$		-3		-2		-1		$+\infty$
$u(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

40. Parmi les tableaux de signe suivants, lequel correspond à la fonction u' ?

a.

x	$-\infty$		-2		$+\infty$
$u'(x)$		$-$	0	$+$	

b.

x	$-\infty$		-3		-1		$+\infty$
$u'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

c.

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
$u'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

d.

x	$-\infty$		-3		-2		-1		$+\infty$
$u'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Pour les questions 41 à 45, on suppose que u est la fonction dérivée d'une fonction f définie et dérivable sur \mathbb{R} .

Par ailleurs, on suppose le plan muni d'un repère orthonormé et on note (\mathcal{C}) la courbe représentative de f .

41. Sachant que $f(10) = 12$, on peut affirmer que :

a. $f(11) = 12$;

b. $f(11) > 12$;

c. $f(11) < 12$;

d. on ne peut rien affirmer concernant $f(11)$.

42. Combien (\mathcal{C}) possède-t-elle de tangente(s) horizontale(s) ?

a. 0;

b. 1;

c. 2;

d. une infinité.

43. Sachant que $\int_{-1}^2 u(x) dx = \frac{15}{2} \ln 2$ et que $f(-1) = \frac{5}{2} \ln 2$ que vaut $f(2)$?

a. $-5 \ln 2$;

b. $10 \ln 2$

c. $\frac{25}{2} \ln 2$

d. $-\frac{5}{2} \ln 2$

44. Parmi les tableaux de variation suivants, lequel correspond à la fonction f ?

a.

x	$-\infty$		-3		-1		$+\infty$	
$f(x)$		↘		$f(-3)$	↗		$f(-1)$	↘

b.

x	$-\infty$	-3	-1	$+\infty$
$f(x)$				

c.

x	$-\infty$	-2	$+\infty$
$f(x)$			

d.

x	$-\infty$	-2	$+\infty$
$f(x)$			

45. On dit qu'une fonction dérivable h est convexe (respectivement concave) sur un intervalle I si h' est croissante (respectivement décroissante) sur I .

Si h est convexe sur $[a ; b]$ et concave sur $[b ; c]$ (avec $a < b < c$) ou si h est concave sur $[a ; b]$ et convexe sur $[b ; c]$, alors le point de la courbe représentative de h d'abscisse b est qualifié de point d'inflexion.

Combien la courbe représentative de f possède-t-elle de points d'inflexion ?

- a.** 0; **b.** 1; **c.** 2; **d.** 3.

Pour les questions **46 à 50**, on note g la fonction dérivée de u .

46. Sachant que $g(0) = -0,6$, on peut affirmer que :

- a.** $g(14) = -0,6$; **b.** $g(1) > -0,6$;
c. $g(1) < -0,6$; **d.** on ne peut rien affirmer concernant $g(1)$.

47. Parmi les tableaux de signe suivants, lequel correspond à la fonction g ?

a.

x	$-\infty$	-2	$+\infty$
$g(x)$		0	

b.

x	$-\infty$	-2	$+\infty$
$g(x)$	$-$	0	$+$

c.

x	$-\infty$	-2	$+\infty$
$g(x)$	$-$	0	$+$

d.

x	$-\infty$	-2	$+\infty$
$g(x)$	$-$	0	$+$

48. On peut affirmer que :
- a. $g(x)$ n'admet pas de limite lorsque x tend vers $+\infty$;
 - b. $g(x)$ tend vers $+\infty$ lorsque x tend vers $+\infty$;
 - c. $g(x)$ tend vers $-\infty$ lorsque x tend vers $+\infty$;
 - d. $g(x)$ admet une limite finie lorsque x tend vers $+\infty$.

49. $\int_0^3 g(x) dx$ est égale à :

- a. -1;
- b. 1;
- c. 3;
- d. -2.

50. Soit G la primitive de g sur \mathbb{R} définie sur \mathbb{R} par :

$$G(x) = \frac{5x+10}{x^2+4x+5} + 2019.$$

On a alors :

- a. $u(x) = \frac{5(x+2)}{x^2+4x+5} + 2019$;
- b. $u(x) = \frac{5(x+2)}{x^2+4x+5}$;
- c. $u(x) = \frac{5(x^2+4x+5) - (5x+10)(2x+4)}{(x^2+4x+5)^2}$;
- d. aucune des affirmations précédentes n'est correcte.

TRIGONOMETRIE

51. Dans le plan muni d'un repère orthonormé, on considère les points du cercle trigonométrique A et B de coordonnées respectives :

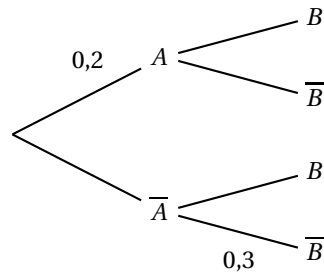
$$\left(\cos\left(\frac{2\pi}{3}\right); \sin\left(\frac{2\pi}{3}\right) \right) \quad \text{et} \quad \left(\cos\left(\frac{11\pi}{6}\right); \sin\left(\frac{11\pi}{6}\right) \right)$$

Les coordonnées du milieu du segment [AB] sont :

- a. nulles;
 - b. opposées;
 - c. égales;
 - d. inverses l'une de l'autre.
52. Parmi les formules suivantes une seule est correcte. Laquelle?
- a. $\cos(\cos(2a)) = \cos((\cos a)^2) \sin((\sin a)^2) + \sin((\cos a)^2) \cos((\sin a)^2)$;
 - b. $\cos(\cos(2a)) = \cos((\cos a)^2) \sin((\sin a)^2) \sin((\cos a)^2) \cos((\sin a)^2)$;
 - c. $\cos(\cos(2a)) = \cos((\cos a)^2) \cos((\sin a)^2) + \sin((\cos a)^2) \sin((\sin a)^2)$;
 - d. $\cos(\cos(2a)) = \cos((\cos a)^2) \cos((\sin a)^2) - \sin((\cos a)^2) \sin((\sin a)^2)$.
53. Combien de solutions appartenant à l'intervalle $\left] -\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2} \right[$ l'équation $2(\sin x)^2 + 3 \cos x = 3$ possède-t-elle?
- a. 0;
 - b. 1;
 - c. 2;
 - d. 3.

PROBABILITÉS

54. On considère l'arbre de probabilité suivant :



Sachant que $P(B) = 0,64$, que vaut $p(A \cap \bar{B})$?

- a. 0,12; b. 0,08; c. 0,16; d. 0,42

55. Une première urne U_1 contient k boules rouges et $2k + 1$ boules bleues, avec k entier naturel non nul.

Une deuxième urne U_2 contient 4 boules rouges et 5 boules bleues. Le jeu consiste à tirer aléatoirement une boule dans U_1 puis de la verser dans U_2 avant d'effectuer un deuxième tirage aléatoire d'une boule dans U_2 .

On appelle R l'évènement « obtenir une boule rouge à l'issue du deuxième tirage ».

Sachant que $p(R) = 0,43$, quelle est l'affirmation exacte parmi les quatre suivantes ?

- a. k divise $k^2 - 2$; b. k divise 12 c. k divise 10 d. k divise $k^2 - 4$

56. Soient A et B deux évènements indépendants tels que :

$$P(A \cap B) = 0,32 \quad \text{et} \quad P(B) = 2P(A).$$

La probabilité de l'évènement B est égale à :

- a. 0,04; b. 0,08; c. 0,16; d. 0,8

57. Soit X une variable aléatoire suivant la loi binomiale de paramètres 800 et p . Sachant que $p < 0,5$ et que $V(X) = 128$ (où $V(X)$ désigne la variance de X), on peut affirmer que :

- a. $p = 0,05$; b. $p = 0,1$; c. $p = 0,2$; d. $p = 0,25$.

58. Soit X une variable aléatoire suivant la loi binomiale de paramètres 2 et p , où $p \in [0; 1]$. Sachant que $p(X = 1) = \frac{1}{2}$, on peut affirmer que le réel p est égal à :

- a. 0; b. $\frac{1}{4}$ c. $\frac{1}{2}$ d. 1

GÉOMÉTRIE DANS L'ESPACE

59. On suppose l'espace muni d'un repère orthonormé. Soit (P) le plan dont une équation paramétrique est :

$$\begin{cases} x = 2 + t + t' \\ y = -2t + 3t' \\ z = -2 + t - 5t' \end{cases} \quad \text{avec } t \in \mathbb{R} \text{ et } t' \in \mathbb{R}$$

Parmi les points suivants, lequel n'appartient pas à (P) ?

- a. $A(2; -5; 0)$; b. $B(4; 1; -6)$; c. $C(2; 0; -2)$; d. $D(3; -7; 5)$.

60. On suppose l'espace muni d'un repère orthonormé. Soient $A(1; 2; 3)$ et $B(3; 2; 1)$.

L'ensemble des points de l'espace équidistants de A et de B est :

- a. uniquement constitué du point $I(2; 2; 2)$;
b. une droite passant par le point $I(2; 2; 2)$;
c. le cercle de centre $(2; 2; 2)$ et de diamètre $\frac{AB}{2}$;
d. un plan passant par le point $I(2; 2; 2)$.

✿ FIN ✿