∽ Baccalauréat ES ∽

Index des exercices avec des probabilités de 2013 à 2016

Tapuscrit : GUILLAUME SEGUIN

N°	Lieu et date	proba condi	loi de proba	loi binomiale	loi unif	loi normale	fluctuation	confiance		
1	Antilles juin 2016	×			×	×				
2	Asie (ex4) 2016	×								pb ouvert
3	Asie (ex1) 2016			×		×		×		courbe
4	Pondichery 2016	×				×				courbes
5	Liban 2016	×				×				
6	Polynésie juin 2016	×				×				
7	Métropole juin 2016	×				×				
8	Centres etrangers 2016	×				×	×			
9	Amerique du nord 2016	×				×				
10	Amérique du sud nov 2015	×			×					
11	Nouvelle Caledonie nov 2015	×		×	×					
12	Antilles sept 2015	×		×			×			
13	Métropole sept 2015	×				×		×		
14	Antilles 2015 ex4					×	×			
15	Antilles 2015	×		×						
16	Métropole 2015	×				×	×			
17	Polynésie 2015	×		×				×		
18	Centres Etrangers 2015	×				×	×			
19	Amérique du nord 2015	×		×						
20	Liban 2015	×		×		×	×			courbe
21	Nouvelle Calédonie mars 2015	×					×			
22	Amérique du sud nov 2014					×	×			
23	Polynésie sept 2014 ex3					×	×			
24	Polynésie sept 2014	×		×						
25	Métropole sept 2014	×				×				
26	Antilles sept 2014	×		×		×				
27	Polynésie juin 2014	×					×			
28	Métropole juin 2014					×		×		
29	Liban ex2 2014			×			×	×		QCM
30	Liban ex1 2014	×				×				
31	Centres étrangers ex4 2014					×	×	×		vrai ou faux
32	Centres Etrangers 2014	×		×	×					
33	Asie 2014	×					×			
34	Antilles juin 2014	×				×	×			
35	Amérique du Nord 2014	×				×	×			
36	Pondichéry 2014	×				×	×			
37	Nouvelle Calédonie mars2014	×		×						
38	Nouvelle Calédonie ex4 nov2013					×		×		
39	Nouvelle Calédonie nov2013	×								
40	Amérique du Sud nov2013			×		×	×			
41	Amérique du Sud nov2013	×								suites et algo
42	Antilles sept 2013	×		×		×				
43	Métropole sept 2013	×		×						
44	Pondichery ex2 2013	×		×						
45	Pondichéry ex4 2013					×				fonction exp
46	Amérique du Nord 2013					×	×			
47	Liban 2013	×	×							
48	Polynésie 2013	×	×							
49	Polynésie ex4 juin 2013					×		×		courbes
50	Antilles 2013	×								calcul suppl
51	Antilles ex4 2013						×			
52	Asie 2013				×	×		×		QCM+courbes
53	Asie ex2 2013	×		×						
54	Centres étrangers 2013	×	×							
55	Centres étrangers ex4 2013				×	×				
56	Métropole juin 2013	×		×		×				
57	Métropole dévoilé 2013	×				×				

1. Antilles juin 2016

Les parties A, B et C sont indépendantes.

Partie A

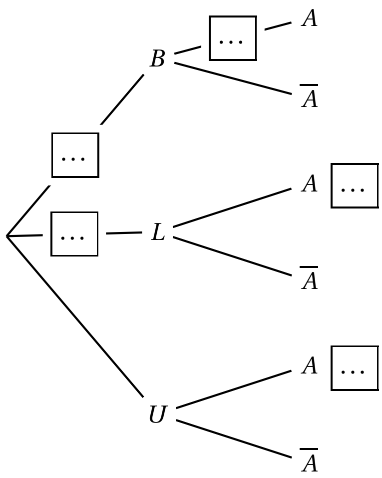
Une agence de location de voitures dispose de trois types de véhicules : berline, utilitaire ou luxe, et propose, au moment de la location, une option d'assurance sans franchise.
Une étude statistique a permis d'établir que :

- 30 % des clients ont loué une berline et 10 % ont loué un véhicule de luxe.
- 40 % des clients qui ont loué une berline ont choisi l'option d'assurance sans franchise.
- 9 % des clients ont loué un véhicule de luxe et ont choisi l'option d'assurance sans franchise.
- 21 % des clients ont loué un véhicule utilitaire et ont choisi l'option d'assurance sans franchise.

On prélève au hasard la fiche d'un client et on considère les évènements suivants :

- B : le client a loué une berline.
- L : le client a loué un véhicule de luxe.
- U : le client a loué un véhicule utilitaire.
- A : le client a choisi l'option d'assurance sans franchise.

1. Recopier et compléter l'arbre de probabilités ci-contre avec les données de l'énoncé.
2. Quelle est la probabilité que le client ait loué une berline et ait choisi l'option d'assurance sans franchise ?
3. Calculer la probabilité qu'un client ait choisi l'option d'assurance sans franchise.
4. Calculer $P_L(A)$, la probabilité que le client ait souscrit une assurance sans franchise sachant qu'il a loué une voiture de luxe.



Partie B

Le temps d'attente au guichet de l'agence de location, exprimé en minutes, peut être modélisé par une variable aléatoire T qui suit la loi uniforme sur l'intervalle $[1\,;\ 20]$.

1. Quelle est la probabilité d'attendre plus de douze minutes ?
2. Préciser le temps d'attente moyen.

Partie C

Cette agence de location propose l'option retour du véhicule dans une autre agence.
Une étude statistique a établi que le nombre mensuel de véhicules rendus dans une autre agence peut être modélisé par une variable aléatoire X qui suit la loi normale d'espérance $\mu = 220$ et d'écart-type $\sigma = 30$.
Si pour un mois donné, le nombre de véhicules rendus dans une autre agence dépasse 250 véhicules, l'agence doit prévoir un rapatriement des véhicules.
À l'aide de la calculatrice, déterminer, à 0,01 près, la probabilité que l'agence doive prévoir un rapatriement de véhicules.
retour au tableau

2. Asie (exercice 4) 2016

D'après une enquête menée auprès d'une population, on a constaté que :

- 60 % de la population sont des femmes ;
- 56 % des femmes travaillent à temps partiel ;
- 36 % de la population travaillent à temps partiel.

On interroge une personne dans la population. Elle affirme qu'elle travaille à temps partiel.
Quelle est la probabilité que cette personne soit un homme ?
retour au tableau

3. Asie (exercice 1) 2016

Les trois parties de cet exercice sont indépendantes.
Dans ce qui suit, les résultats approchés sont à arrondir au millième.

Une entreprise produit en grande série des clés USB pour l'industrie informatique.

PARTIE A

On prélève au hasard 100 clés dans la production de la journée pour vérification. La production est assez grande pour que l'on puisse assimiler ce prélèvement à un tirage avec remise de 100 clés.
On admet que la probabilité qu'une clé USB prélevée au hasard dans la production d'une journée soit défectueuse est égale à 0,015.
On considère la variable aléatoire X qui, à tout prélèvement ainsi défini, associe le nombre de clés défectueuses de ce prélèvement.

1. Justifier que la variable aléatoire X suit une loi binomiale dont on déterminera les paramètres.
2. Calculer les probabilités $p(X = 0)$ et $p(X = 1)$.
3. Calculer la probabilité que, dans un tel prélèvement, au plus deux clés soient défectueuses.

PARTIE B

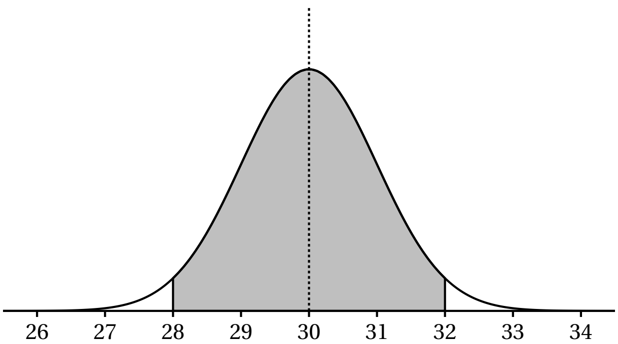
Une clé est dite conforme pour la lecture lorsque sa vitesse de lecture, exprimée en Mo/s, appartient à l'intervalle $[98 ; 103]$.
Une clé est dite conforme pour l'écriture lorsque sa vitesse d'écriture exprimée en Mo/s appartient à l'intervalle $[28 ; 33]$.

1. On note R la variable aléatoire qui, à chaque clé prélevée au hasard dans le stock, associe sa vitesse de lecture. On suppose que la variable aléatoire R suit la loi normale d'espérance $\mu = 100$ et d'écart-type $\sigma = 1$.

   Calcule la probabilité qu'une clé soit conforme pour la lecture.

2. On note W la variable aléatoire qui, chaque clé prélevée au hasard dans le stock, associe sa vitesse d"écriture On suppose que la variable aléatoire W suit une loi normale.

   Le graphique ci-après représente la densité de probabilité de la variable aléatoire W.

   L'unité d'aire est choisie de façon à ce que l'aire sous la courbe soit égale à un et l'aire grisée est environ égale à 0,95 unité d'aire. La droite d'équation $x = 30$ est un axe de symétrie de la courbe.

   Déterminer l'espérance et l'écart-type de la variable aléatoire W. Justifier.

PARTIE C

Dans cette partie, on considère une grande quantité de clés devant être livrées à un éditeur de logiciels. On considère un échantillon de 100 clés prélevées au hasard dans cette livraison. La livraison est assez importante pour que l'on puisse assimiler ce tirage à un tirage avec remise.
On constate que 94 clés sont sans défaut.

Déterminer un intervalle de confiance, au niveau de confiance de 95 %, de la proportion des clés USB qui sont sans défaut.
retour au tableau

4. Pondichery 2016

Partie A

On dispose des renseignements suivants à propos du baccalauréat session 2015 :

- 49 % des inscrits ont passé un baccalauréat général, 20 % un baccalauréat technologique et les autres un baccalauréat professionnel ;
- 91,5 % des candidats au baccalauréat général ont été reçus ainsi que 90,6 % des candidats au baccalauréat technologique.

Source : DEPP (juillet 2015)

On choisit au hasard un candidat au baccalauréat de la session 2015 et on considère les évènements suivants :

- G : « Le candidat s'est présenté au baccalauréat général » ;
- T : « Le candidat s'est présenté au baccalauréat technologique » ;
- S : « Le candidat s'est présenté au baccalauréat professionnel » ;
- R : « Le candidat a été reçu ».

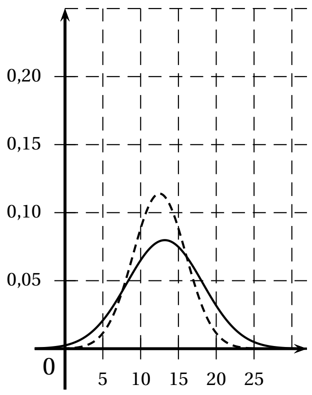
Pour tout évènement A, on note $P(A)$ sa probabilité et $\overline{A}$ son évènement contraire.
De plus, si B est un autre évènement, on note $P_B(A)$ la probabilité de A sachant B.

1. Préciser les probabilités $P(G), P(T), P_T(R)$ et $P_G(R)$.
2. Traduire la situation par un arbre pondéré. On indiquera les probabilités trouvées à la question précédente. Cet arbre pourra être complété par la suite.
3. Vérifier que la probabilité que le candidat choisi se soit présenté au baccalauréat technologique et l'ait obtenu est égale à 0,181 2.
4. Le ministère de l'Éducation Nationale a annoncé un taux global de réussite pour cette session de 87,8 % pour l'ensemble des candidats présentant l'un des baccalauréats.
   (a) Vérifier que la probabilité que le candidat choisi se soit présenté au baccalauréat professionnel et l'ait obtenu est égale à 0,248 45.
   (b) Sachant que le candidat s'est présenté au baccalauréat professionnel, déterminer la probabilité qu'il ait été reçu. On donnera une valeur approchée du résultat au millième.

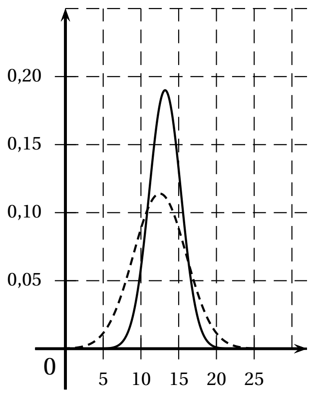
Partie B

À l'issue des épreuves du baccalauréat, une étude est faite sur les notes obtenues par les candidats en mathématiques et en français.
On admet que la note de mathématiques peut être modélisée par une variable aléatoire X_M qui suit la loi normale de moyenne $12,5$ et d'écart-type $3,5$.
De même la note de français peut être modélisée par une variable aléatoire X_F qui suit la loi normale de moyenne $13,2$ et d'écart-type $2,1$.

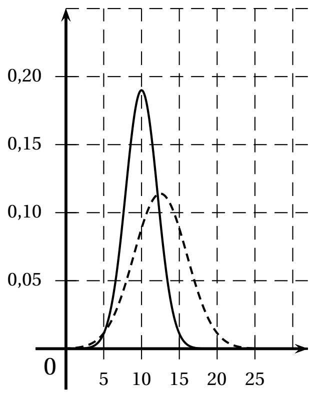
1. Déterminer $P(9 \leqslant X_M \leqslant 16)$ en donnant le résultat arrondi au centième.
2. Sur les graphiques ci-dessous, on a représenté en pointillé la fonction densité associée à la variable aléatoire X_M.
   La fonction densité associée à X_F est représentée sur un seul de ces graphiques.
   Quel est ce graphique ? Expliquer le choix.



Graphique 1



Graphique 2



Graphique 3

retour au tableau

5. Liban mai 2016

Les parties A et B sont indépendantes

Partie A

Un centre de loisirs destiné aux jeunes de 11 ans à 18 ans compte 60 % de collégiens et 40 % de lycéens.
Le directeur a effectué une étude statistique sur la possession de téléphones portables. Cette étude a montré que 80 % des jeunes possèdent un téléphone portable et que, parmi les collégiens, 70 % en possèdent un.
On choisit au hasard un jeune du centre de loisirs et on s'intéresse aux évènements suivants :

- C : « le jeune choisi est un collégien » ;
- L : « le jeune choisi est un lycéen » ;
- T : « le jeune choisi possède un téléphone portable ».

Rappel des notations

Si A et B sont deux évènements, $p(A)$ désigne la probabilité que l'évènement A se réalise et $p_B(A)$ désigne la probabilité de A sachant que l'évènement B est réalisé. On note aussi $\overline{A}$ l'évènement contraire de A.

1. Donner les probabilités : $p(C)$, $p(L)$, $p(T)$, $p_C(T)$.
2. Faire un arbre de probabilités représentant la situation et commencer à le renseigner avec les données de l'énoncé.
3. Calculer la probabilité que le jeune choisi soit un collégien possédant un téléphone portable.
4. Calculer la probabilité que le jeune choisi soit un collégien sachant qu'il possède un téléphone portable.
5. (a) Calculer $p(T \cap L)$, en déduire $p_L(T)$.
   (b) Compléter l'arbre construit dans la question 2.

Partie B

En 2012 en France, selon une étude publiée par l'Arcep (Autorité de régulation des communications électroniques et des postes), les adolescents envoyaient en moyenne 83 SMS (messages textes) par jour, soit environ 2 500 par mois. On admet qu'en France le nombre de SMS envoyés par un adolescent en un mois peut être modélisé par une variable aléatoire X qui suit la loi normale d'espérance $\mu = 2500$ et d'écart-type $\sigma = 650$.
Dans les questions suivantes, les calculs seront effectués à la calculatrice et les probabilités arrondies au millième.

1. Calculer la probabilité qu'un adolescent envoie entre 2 000 et 3 000 SMS par mois.
2. Calculer $p(X \geqslant 4000)$.
3. Sachant que $p(X \leqslant a) = 0,8$, déterminer la valeur de a. On arrondira le résultat à l'unité.
   Interpréter ce résultat dans le contexte de l'énoncé.

retour au tableau

6. Polynésie juin 2016

Les parties A et B sont indépendantes

On s'intéresse à l'ensemble des demandes de prêts immobiliers auprès de trois grandes banques.
Une étude montre que 42 % des demandes de prêts sont déposées auprès de la banque Karl, 35 % des demandes de prêts sont déposées auprès de la banque Lofa, alors que cette proportion est de 23 % pour la banque Miro.
Par ailleurs :

- 76 % des demandes de prêts déposées auprès de la banque Karl sont acceptées ;
- 65 % des demandes de prêts déposées auprès de la banque Lofa sont acceptées ;
- 82 % des demandes de prêts déposées auprès de la banque Miro sont acceptées.

On choisit au hasard une demande de prêt immobilier parmi celles déposées auprès des trois banques.
On considère les évènements suivants :

- K : « la demande de prêt a été déposée auprès de la banque Karl » ;
- L : « la demande de prêt a été déposée auprès de la banque Lofa » ;
- M : « la demande de prêt a été déposée auprès de la banque Miro » ;
- A : « la demande de prêt est acceptée ».

On rappelle que pour tout évènement E, on note $P(E)$ sa probabilité et on désigne par E son événement contraire.

Dans tout l'exercice on donnera, si nécessaire, des valeurs approchées au millième des résultats.

Partie A

1. Construire un arbre pondéré illustrant la situation.
2. Calculer la probabilité que la demande de prêt soit déposée auprès de la banque Karl et soit acceptée.
3. Montrer que $P(A) \approx 0,735$.
4. La demande de prêt est acceptée. Calculer la probabilité qu'elle ait été déposée à la banque Miro.

Partie B

Dans cette partie, on s'intéresse à la durée moyenne d'un prêt immobilier.
On note X la variable aléatoire qui, à chaque prêt immobilier, associe sa durée, en années.
On admet que la variable aléatoire X suit la loi normale d'espérance $\mu = 20$ et d'écart-type $\sigma = 7$.

1. Calculer la probabilité que la durée d'un prêt soit comprise entre 13 et 27 ans.
2. Déterminer une valeur approchée à 0,01 près du nombre réel a tel que
   $P(X > a) = 0,1$.
   Interpréter ce résultat dans le cadre de l'exercice.

retour au tableau

7. Métropole juin 2016

Un téléphone portable contient en mémoire 3 200 chansons archivées par catégories : rock, techno, rap, reggae … dont certaines sont interprétées en français.
Parmi toutes les chansons enregistrées, 960 sont classées dans la catégorie rock.

Une des fonctionnalités du téléphone permet d'écouter de la musique en mode « lecture aléatoire » : les chansons écoutées sont choisies au hasard et de façon équiprobable parmi l'ensemble du répertoire.
Au cours de son footing hebdomadaire, le propriétaire du téléphone écoute une chanson grâce à ce mode de lecture.
On note :

- R l'évènement : « la chanson écoutée est une chanson de la catégorie rock » ;
- F l'évènement : « la chanson écoutée est interprétée en français ».

Les parties A *et* B *sont indépendantes.*

PARTIE A

1. Calculer $p(R)$, la probabilité de l'évènement R.
2. 35 % des chansons de la catégorie rock sont interprétées en français ; traduire cette donnée en utilisant les évènements R et F.
3. Calculer la probabilité que la chanson écoutée soit une chanson de la catégorie rock et qu'elle soit interprétée en français.
4. Parmi toutes les chansons enregistrées 38,5 % sont interprétées en français.
   Montrer que $p\left(F \cap \overline{R}\right) = 0,28$.
5. En déduire $p_{\overline{R}}(F)$ et exprimer par une phrase ce que signifie ce résultat.

PARTIE B *Les résultats de cette partie seront arrondis au millième.*

Le propriétaire du téléphone écoute régulièrement de la musique à l'aide de son téléphone portable.
On appelle X la variable aléatoire qui, à chaque écoute de musique, associe la durée (en minutes) correspondante ; on admet que X suit la loi normale d'espérance $\mu = 30$ et d'écart-type $\sigma = 10$.
Le propriétaire écoute de la musique.

1. Quelle est la probabilité que la durée de cette écoute soit comprise entre 15 et 45 minutes ?
2. Quelle est la probabilité que cette écoute dure plus d'une heure ?

retour au tableau

8. Centres etrangers 2016

Un fabricant produit des pneus de deux catégories, la catégorie « pneu neige » et la catégorie « pneu classique ». Sur chacun d'eux, on effectue des tests de qualité pour améliorer la sécurité.
On dispose des informations suivantes sur le stock de production :

— le stock contient 40 % de pneus neige ;
— parmi les pneus neige, 92 % ont réussi les lests de qualité ;
— parmi les pneus classiques, 96 % ont réussi les tests de qualité.

Un client choisit un pneu au hasard dans le stock de production. On note :

— N l'évènement : « Le pneu choisi est un pneu neige » ;
— C l'évènement : « Le pneu choisi est un pneu classique » ;
— Q l'évènement : « Le pneu choisi a réussi les tests de qualité ».

Rappel des notations :
Si A et B sont deux évènements, $p(A)$ désigne la probabilité que l'évènement A se réalise et $p_B(A)$ désigne la probabilité de l'évènement A sachant que l'évènement B est réalisé. On notera aussi $\overline{A}$ l'évènement contraire de A.

Les parties A, B et C peuvent être traitées de manière indépendante.

Dans tout cet exercice, les résultats seront arrondis au millième.

Partie A

1. Illustrer la situation à l'aide d'un arbre pondéré.
2. Calculer la probabilité de l'évènement $N \cap Q$ et interpréter ce résultat par une phrase.
3. Montrer que $p(Q) = 0,944$.
4. Sachant que le pneu choisi a réussi les tests de qualité, quelle est la probabilité que ce pneu soit un pneu neige ?

Partie B

On appelle durée de vie d'un pneu la distance parcourue avant d'atteindre le témoin d'usure.
On note X la variable aléatoire qui associe à chaque pneu classique sa durée de vie, exprimée en milliers de kilomètres. On admet que la variable aléatoire X suit la loi normale d'espérance $\mu = 30$ et d'écart-type $\sigma = 8$.

1. Quelle est la probabilité qu'un pneu classique ait une durée de vie inférieure à 25 milliers de kilomètres ?
2. Déterminer la valeur du nombre d pour que, en probabilité, 20 % des pneus classiques aient une durée de vie supérieure à d kilomètres.

Partie C

Une enquête de satisfaction effectuée l'an dernier a révélé que 85 % des clients étaient satisfaits de la tenue de route des pneus du fabricant. Ce dernier souhaite vérifier si le niveau de satisfaction a été le même cette année.
Pour cela, il décide d'interroger un échantillon de 900 clients afin de conclure sur l'hypothèse d'un niveau de satisfaction maintenu.
Parmi les 900 clients interrogés, 735 sont satisfaits de la tenue de route.
Quelle va être la conclusion du directeur avec un niveau de confiance 0,95 ? Détailler les calculs, la démarche et l'argumentation.
retour au tableau

9. Amérique du Nord 2016

Les deux parties de cet exercice peuvent être traitées de façon indépendante.

Partie A

À une sortie d'autoroute, la gare de péage comporte trois voies.
Une étude statistique a montré que :

- 28 % des automobilistes empruntent la voie de gauche, réservée aux abonnés ; un automobiliste empruntant cette voie franchit toujours le péage en moins de 10 secondes ;
- 52 % des automobilistes empruntent la voie du centre, réservée au paiement par carte bancaire ; parmi ces derniers, 75 % franchissent le péage en moins de 10 secondes ;
- les autres automobilistes empruntent la voie de droite en utilisant un autre moyen de paiement (pièces ou billets).

On choisit un automobiliste au hasard et on considère les évènements suivants :

- G : « l'automobiliste emprunte la voie de gauche » ;
- C : « l'automobiliste emprunte la voie du centre » ;
- D : « l'automobiliste emprunte la voie de droite » ;
- T : « l'automobiliste franchit le péage en moins de 10 secondes ».

On note $\overline{T}$ l'évènement contraire de l'évènement T.

1. Construire un arbre pondéré traduisant cette situation.
   Cet arbre sera complété au fur et à mesure de l'exercice.
2. Calculer la probabilité $p(C \cap T)$.
3. L'étude a aussi montré que 70 % des automobilistes passent le péage en moins de 10 secondes.
   (a) Justifier que $p(D \cap T) = 0,03$.
   (b) Calculer la probabilité qu'un automobiliste empruntant la voie de droite passe le péage en moins de 10 secondes.

Partie B

Quelques kilomètres avant la sortie de l'autoroute, un radar automatique enregistre la vitesse de chaque automobiliste. On considère la variable aléatoire V qui, à chaque automobiliste, associe sa vitesse exprimée en km.h^{-1}.
On admet que V suit la loi normale d'espérance $\mu = 120$ et d'écart-type $\sigma = 7,5$.

1. Déterminer la probabilité $p(120 < V < 130)$. On arrondira le résultat au millième.
2. Une contravention est envoyée à l'automobiliste lorsque sa vitesse est supérieure ou égale à 138 km.h^{-1}.
   Déterminer la probabilité qu'un automobiliste soit sanctionné. On arrondira le résultat au millième.

retour au tableau

10. Amérique du sud nov 2015

Les deux parties de l'exercice sont indépendantes.
Les probabilités demandées seront données à $0,001$ *près.*

Une étude est menée par une association de lutte contre la violence routière. Des observateurs, sur un boulevard d'une grande ville, se sont intéressés au comportement des conducteurs d'automobile au moment de franchir un feu tricolore.

Partie A

Dans cette partie, on s'intéresse au respect de la signalisation par les automobilistes.

Sur un cycle de deux minutes (120 secondes), le feu est à la couleur « rouge » pendant 42 secondes, « orange » pendant 6 secondes et « vert » pendant 72 secondes.
Par ailleurs, les observateurs notent que les comportements diffèrent selon la couleur du feu :

- lorsque le feu est rouge, 10 % des conducteurs continuent de rouler et les autres s'arrêtent ;
- lorsque le feu est orange, 86 % des conducteurs continuent de rouler et les autres s'arrêtent ;
- lorsque le feu est vert, tous les conducteurs continuent de rouler.

On s'intéresse à un conducteur pris au hasard, et on observe son comportement selon la couleur du feu. On note :

- R l'évènement « le feu est au rouge » ;
- O l'évènement « le feu est à l'orange » ;
- V l'évènement « le feu est au vert » ;
- C l'évènement « le conducteur continue de rouler ».

Pour tout évènement A, on note $p(A)$ sa probabilité, $p_B(A)$ la probabilité de A sachant que B est réalisé et $\overline{A}$ l'évènement contraire de A.

1. Modéliser cette situation par un arbre pondéré.
2. Montrer que la probabilité que le conducteur continue de rouler au feu est $0,678$.
3. Sachant qu'un conducteur continue de rouler au feu, quelle est la probabilité que le feu soit vert ?

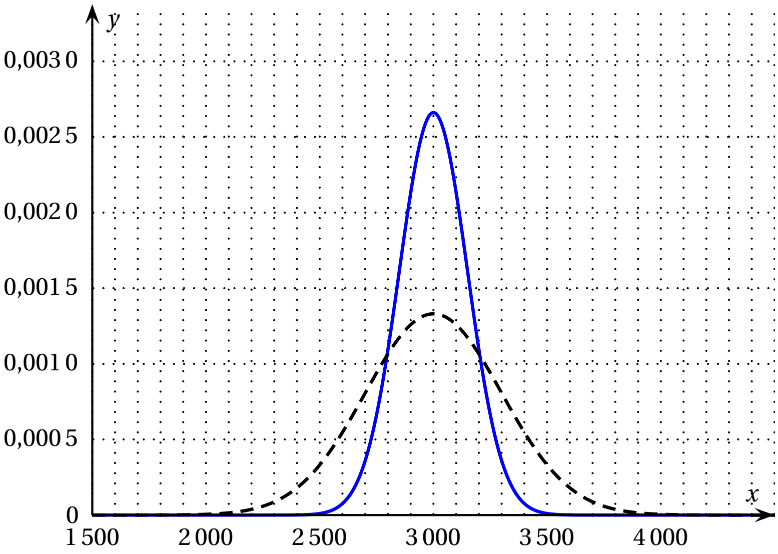
Partie B

Dans cette partie, on s'intéresse au trafic aux heures de pointe.

On désigne par X la variable aléatoire qui compte le nombre de voitures par heure à proximité du feu évoqué dans la partie A.
On admet que X suit la loi normale de moyenne 3 000 et d'écart type 150.

1. À l'aide de la calculatrice, déterminer la probabilité de compter entre 2 800 et 3 200 voitures par heure à cet endroit.
2. À l'aide de la calculatrice, déterminer la probabilité de compter plus de 3 100 voitures par heure à cet endroit.
3. *Dans cette question, toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative, même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.*

   À un autre endroit du boulevard, à proximité d'un pont, la variable aléatoire Y qui compte le nombre de voitures par heure suit la loi normale de moyenne 3 000 et d'écart type σ strictement supérieur à 150.
   Sur le graphique ci-dessous, la courbe correspondant à X est en traits pleins et la courbe correspondant à Y est en pointillés.
   Déterminer à quel endroit du boulevard, à proximité du feu ou du pont, la probabilité qu'il passe en une heure, entre 2 800 et 3 200 voitures, est la plus grande. Justifier à l'aide du graphique.



retour au tableau

11. Nouvelle Calédonie nov 2015

Pierre a des pommiers dans son verger. Il décide de faire du jus de pomme avec ses fruits.
Dans sa récolte :

- il dispose de 80 % de pommes de variété A et de 20 % de pommes de variété B.
- 15 % des pommes de variété A et 8 % des pommes de variété B sont avariées et devront être jetées.

On prend une pomme au hasard dans la récolte et on note :

- A l'évènement « la pomme est de variété A » ;
- B l'évènement « la pomme est de variété B » ;
- J l'évènement « la pomme est jetée » ;
- $\overline{J}$ l'évènement contraire de l'évènement J.

On note $p(A)$ la probabilité de l'évènement A.

Les trois parties de cet exercice sont indépendantes.

Dans tout l'exercice, donner des valeurs approchées des résultats au millième.

Partie A

1. Représenter cette situation à l'aide d'un arbre pondéré.
2. Calculer la probabilité que la pomme soit de variété A et soit jetée.
3. Montrer que la probabilité qu'une pomme soit jetée est égale à $0,136$.
4. Calculer la probabilité qu'une pomme soit de variété A sachant qu'elle a été jetée.

Partie B

Une pomme pèse en moyenne 150 g.
On modélise le poids d'une pomme en grammes par une variable aléatoire X qui suit une loi normale d'espérance $\mu = 150$ et d'écart type $\sigma = 10$.

1. Déterminer la probabilité que la pomme ait un poids inférieur à 150 g.
2. Déterminer $p(120 \leqslant X \leqslant 170)$. Interpréter ce résultat.

Partie C

Pierre a pris rendez-vous dans une fabrique de jus de pomme artisanale. Il arrive au hasard entre 8 heures et 9 heures 30 minutes.
Son heure d'arrivée est modélisée par une variable aléatoire qui suit la loi uniforme sur [8 ; 9,5].
Déterminer la probabilité que Pierre arrive entre 8 h 30 et 8 h 45.

retour au tableau

12. Antilles sept 2015

Un supermarché dispose d'un stock de pommes. On sait que 40 % des pommes proviennent d'un fournisseur A et le reste d'un fournisseur B.
Il a été constaté que 85 % des pommes provenant du fournisseur A sont commercialisables. La proportion de pommes commercialisables est de 95 % pour le fournisseur B.
Le responsable des achats prend au hasard une pomme dans le stock. On considère les évènements suivants :
A : « La pomme provient du fournisseur A ».
B : « La pomme provient du fournisseur B ».
C : « La pomme est commercialisable ».

PARTIE A

1. Construire un arbre pondéré traduisant cette situation.
2. Montrer que la probabilité que la pomme ne soit pas commercialisable est 0,09.
3. La pomme choisie est non commercialisable. Le responsable des achats estime qu'il y a deux fois plus de chance qu'elle provienne du fournisseur A que du fournisseur B. A-t-il raison ?

Pour les parties B et C, on admet que la proportion de pommes non commercialisables est 0,09 et, quand nécessaire, on arrondira les résultats au millième.

PARTIE B

On prend au hasard 15 pommes dans le stock. Le stock est suffisamment important pour qu'on puisse assimiler ce prélèvement à un tirage aléatoire avec remise.

1. Quelle est la probabilité que les 15 pommes soient toutes commercialisables ?
2. Quelle est la probabilité qu'au moins 14 pommes soient commercialisables ?

PARTIE C

Le responsable des achats prélève dans le stock un échantillon de 200 pommes. Il s'aperçoit que 22 pommes sont non commercialisables.
Est-ce conforme à ce qu'il pouvait attendre ?
retour au tableau

13. Métropole sept 2015

Lors d'une opération promotionnelle, un magasin d'électroménager propose deux modèles de téléviseurs : un modèle A et un modèle B.
On s'intéresse aux acheteurs qui profitent de cette promotion.
70 % des acheteurs choisissent un téléviseur de modèle A.
Pour ces deux téléviseurs, le magasin propose une extension de garantie de 5 ans.
40 % des acheteurs du téléviseur de modèle A choisissent l'extension de garantie et 50 % des acheteurs du téléviseur de modèle B choisissent cette extension.
On interroge au hasard un acheteur à la sortie du magasin.
Dans tout l'exercice, donner des valeurs approchées des résultats au millième. Les parties A, B et C peuvent être traitées de manière indépendante.
On note :
A l'évènement « Un acheteur choisit le téléviseur de modèle A » ;
B l'évènement « Un acheteur choisit le téléviseur de modèle B » ;
E l'évènement « Un acheteur choisit l'extension de garantie »,

On note $p(A)$ la probabilité de l'évènement A.

Partie A

1. Construire un arbre pondéré illustrant la situation.
2. Calculer la probabilité qu'un acheteur choisisse le modèle A avec l'extension de garantie.
3. Montrer que $p(E) = 0,43$.
4. Un acheteur n'a pas pris l'extension de garantie, calculer la probabilité qu'il ait acheté le modèle A.

Partie B

Le directeur du magasin souhaite estimer, parmi tous ses clients, le pourcentage de personnes qui trouvent l'opération promotionnelle intéressante.
Pour cela, il interroge au hasard 210 clients et note que 123 la trouvent intéressante.
Donner un intervalle de confiance au seuil de 95 % pour la proportion de clients qui trouvent l'opération promotionnelle intéressante.

Partie C

Pour sa prochaine promotion, le directeur s'intéresse à l'âge de ses clients. On modélise l'âge des clients en années par une variable aléatoire X qui suit une loi normale de moyenne $\mu = 40$ et d'écart-type $\sigma = 8$.

1. Calculer la probabilité qu'un client ait plus de 60 ans.
2. Calculer la probabilité qu'un client ait un âge compris entre 30 et 50 ans.

retour au tableau

14. Antilles 2015 ex4

Les deux parties sont indépendantes
Une machine permet le conditionnement d'un jus de fruit dans des bouteilles.
La quantité de jus injecté dans une bouteille par la machine, exprimée en ml (millilitre), est modélisée avec une variable aléatoire réelle X.
On admet que celle-ci suit une loi normale de moyenne $\mu = 500$ et d'écart-type $\sigma = 2$.
Partie A
On prélève une bouteille au hasard en fin de chaîne de remplissage.

1. Déterminer $P(X \leqslant 496)$. Donner le résultat arrondi à 10^{-2} près.
2. Déterminer la probabilité que la bouteille ait un contenu compris entre 497 et 500 millilitres. Donner le résultat arrondi à 10^{-2} près.
3. Comment choisir la valeur de α afin que $P(500 - \alpha \leqslant X \leqslant 500 + \alpha)$ soit approximativement égale à $0,95$ à 10^{-2} près.

Partie B
Une association de consommateurs a testé un lot de 200 bouteilles issues de cette chaine de production. Il a été constaté que 15 bouteilles contiennent moins de 500 ml de jus de fruit contrairement à ce qui est annoncé sur l'étiquetage.
L'entreprise qui assure le conditionnement de ce jus de fruit affirme que 97 % des bouteilles produites contiennent au moins 500 millilitres de jus de fruit.
Le test réalisé par l'association remet-il en cause l'affirmation de l'entreprise ?
retour au tableau

15. Antilles 2015

Une enquête a été réalisée auprès des élèves d'un lycée afin de connaître leur sensibilité au développement durable et leur pratique du tri sélectif.
L'enquête révèle que 70 % des élèves sont sensibles au développement durable, et, parmi ceux qui sont sensibles au développement durable, 80 % pratiquent le tri sélectif.
Parmi ceux qui ne sont pas sensibles au développement durable, on en trouve 10 % qui pratiquent le tri sélectif.
On interroge un élève au hasard dans le lycée. On considère les évènements suivants :

S : L'élève interrogé est sensible au développement durable.

T : L'élève interrogé pratique le tri sélectif.

Les résultats seront arrondis à 10^{-2}.

1. Construire un arbre pondéré décrivant la situation.
2. Calculer la probabilité que l'élève interrogé soit sensible au développement durable et pratique le tri sélectif.
3. Montrer que la probabilité $P(T)$ de l'évènement T est $0,59$.
4. On interroge un élève qui ne pratique pas le tri sélectif.
   Peut-on affirmer que les chances qu'il se dise sensible au développement durable sont inférieures à 10 % ?
5. On interroge successivement et de façon indépendante quatre élèves pris au hasard parmi les élèves de l'établissement.
   Soit X la variable aléatoire qui donne le nombre d'élèves pratiquant le tri sélectif parmi les 4 élèves interrogés.
   Le nombre d'élèves de l'établissement est suffisamment grand pour que l'on considère que X suit une loi binomiale.
   (a) Préciser les paramètres de cette loi binomiale.
   (b) Calculer la probabilité qu'aucun des quatre élèves interrogés ne pratique le tri sélectif.
   (c) Calculer la probabilité qu'au moins deux des quatre élèves interrogés pratiquent le tri sélectif.

retour au tableau

16. Métropole 2015

Le service marketing d'un magasin de téléphonie a procédé à une étude du comportement de sa clientèle. Il a ainsi observé que celle-ci est composée de 42 % de femmes, 35 % des femmes qui entrent dans le magasin y effectuent un achat, alors que cette proportion est de 55 % pour les hommes.
Une personne entre dans le magasin. On note :

- F l'évènement : « La personne est une femme » ;
- R l'évènement : « La personne repart sans rien acheter » ;

Pour tout évènement A, on note $\overline{A}$ son évènement contraire et $p(A)$ sa probabilité.
Dans tout l'exercice, donner des valeurs approchées des résultats au millième.
Les parties A, B et C peuvent être traitées de manière indépendante.

PARTIE A

1. Construire un arbre pondéré illustrant la situation.
2. Calculer la probabilité que la personne qui est entrée dans le magasin soit une femme et qu'elle reparte sans rien acheter.
3. Montrer que $p(R) = 0,534$.

PARTIE B

Un client du magasin s'inquiète de la durée de vie du téléphone de type T_1 qu'il vient de s'offrir.
On note X la variable aléatoire qui, à chaque téléphone mobile de type T_1 prélevé au hasard dans la production, associe sa durée de vie, en mois.
On admet que la variable aléatoire X suit la loi normale d'espérance $\mu = 48$ et d'écart-type $\sigma = 10$.

1. Justifier que la probabilité que le téléphone de type T_1 prélevé fonctionne plus de 3 ans, c'est-à-dire 36 mois, est d'environ $0,885$.
2. On sait que le téléphone de type T_1 prélevé a fonctionné plus de 3 ans. Quelle est la probabilité qu'il fonctionne moins de 5 ans ?

PARTIE C

Le gérant du magasin émet l'hypothèse que 30 % des personnes venant au magasin achètent uniquement des accessoires (housse, chargeur, ...).
Afin de vérifier son hypothèse, le service marketing complète son étude.

1. Déterminer l'intervalle de fluctuation asymptotique au seuil de 95 % de la fréquence de personnes ayant uniquement acheté des accessoires dans un échantillon de taille 1 500.
2. Le service marketing interroge un échantillon de 1 500 personnes. L'étude indique que 430 personnes ont acheté uniquement des accessoires. Doit-on rejeter au seuil de 5 % l'hypothèse formulée par le gérant ?

retour au tableau

17. Polynésie 2015

Les parties A et B sont indépendantes

Sur une exploitation agricole, une maladie rend la conservation de fruits difficile. Un organisme de recherche en agronomie teste un traitement sur un champ : sur une partie du champ, les fruits sont traités, sur l'autre, non.
On considère que le nombre de fruits récoltés est extrêmement grand et que la maladie touche les fruits de manière aléatoire.

Partie A Étude de l'efficacité du traitement

On prélève au hasard 100 fruits sur la partie du champ traité et 100 fruits sur l'autre partie du champ. On constate que :

— sur l'échantillon des 100 fruits traités, 18 sont abimés ;

— sur l'échantillon des 100 fruits non traités, 32 sont abimés.

1. Déterminer un intervalle de confiance de la proportion de fruits abimés par la maladie au niveau de confiance de 95 % :
   (a) pour la partie du champ traitée ;
   (b) pour la partie du champ non traitée.
2. Au vu des intervalles obtenus à la question 1, peut-on considérer que le traitement est efficace ?

Partie B Qualité de la production

Une étude plus poussée permet d'estimer la proportion de fruits abimés à $0,12$ dans la partie du champ traitée et à $0,30$ dans la partie non traitée. On sait de plus qu'un quart du champ a été traité.
Une fois récoltés, les fruits sont mélangés sans distinguer la partie du champ d'où ils proviennent.
On prélève au hasard un fruit récolté dans le champ et on note :

T l'évènement « Le fruit prélevé provient de la partie traitée » ;

A l'évènement « Le fruit prélevé est abimé ».

On arrondira les résultats au millième.

1. Construire un arbre pondéré traduisant la situation.
2. (a) Calculer la probabilité que le fruit prélevé soit traité et abimé.
   (b) Montrer que $P(A) = 0,255$.
3. Un fruit prélevé au hasard dans la récolte est abimé. Peut -on affirmer qu'il y a une chance sur quatre pour qu'il provienne de la partie du champ traitée ?
4. Dans le but d'effectuer un contrôle, cinq fruits sont prélevés au hasard dans le champ. Calculer la probabilité qu'au plus un fruit soit abimé.

retour au tableau

18. Centres etrangers 2015

Les trois parties de cet exercice peuvent être traitées de manière indépendante. Dans cet exercice, les résultats seront arrondis au millième.

Partie A

Une entreprise spécialisée dans la fabrication de confitures fait appel à des producteurs locaux. À la livraison, l'entreprise effectue un contrôle qualité à l'issue duquel les fruits sont sélectionnés ou non pour la préparation des confitures.
Une étude statistique a établi que :

- 22 % des fruits livrés sont issus de l'agriculture biologique ;
- parmi les fruits issus de l'agriculture biologique, 95 % sont sélectionnés pour la préparation des confitures ;
- parmi les fruits non issus de l'agriculture biologique, 90 % sont sélectionnés pour la préparation des confitures.

On prélève au hasard un fruit et on note :

B l'évènement « le fruit est issu de l'agriculture biologique » ;

S l'évènement « le fruit est sélectionné pour la préparation des confitures ».

Pour tout évènement E, on note $p(E)$ sa probabilité, $p_F(E)$ la probabilité de l'évènement E sachant que l'évènement F est réalisé et $\overline{E}$ évènement contraire de E.

1. Représenter la situation par un arbre pondéré.
2. Déterminer la probabilité que le fruit soit sélectionné pour la préparation des confitures et qu'il soit issu de l'agriculture biologique.
3. Montrer que $p(S) = 0,911$.
4. Sachant que le fruit a été sélectionné pour la préparation des confitures, déterminer la probabilité qu'il ne soit pas issu de l'agriculture biologique.

Partie B

Cette entreprise conditionne la confiture en pots de 300 grammes.
On note X la variable aléatoire qui, à chaque pot de confiture, associe sa masse en gramme.
On admet que X suit la loi normale d'espérance $\mu = 300$ et d'écart-type $\sigma = 2$.
L'entreprise ne commercialise les pots de confiture que si l'écart entre la masse affichée (c'est-à-dire 300 g) et la masse réelle ne dépasse pas 4 grammes.

1. On prélève un pot au hasard. Déterminer la probabilité que le pot soit commercialisé.
2. Déterminer le réel a tel que $p(X < a) = 0,01$.

Partie C

Dans cette question, toute trace de recherche, même incomplète, sera prise en compte dans l'évaluation.

Le directeur commercial affirme que 90 % des consommateurs sont satisfaits de la qualité des produits commercialisés par son entreprise.
On réalise une étude de satisfaction sur un échantillon de 130 personnes.
Parmi les personnes interrogées, 15 déclarent ne pas être satisfaites des produits.
Déterminer, en justifiant, si l'on doit remettre en question l'affirmation du directeur commercial.
retour au tableau

19. Amérique du nord 2015

Les parties A et B sont indépendants.

Dans un grand collège, 20,3 % des élèves sont inscrits à l'association sportive.
Une enquête a montré que 17,8 % des élèves de ce collège sont fumeurs.
De plus, parmi les élèves non fumeurs, 22,5 % sont inscrits à l'association sportive.

On choisit au hasard un élève de ce collège. On note :

- S l'évènement « l'élève choisi est inscrit à l'association sportive » ;
- F l'évènement « l'élève choisi est fumeur ».

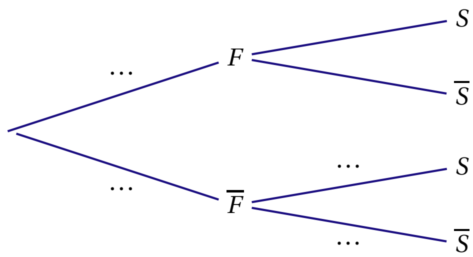
Rappel des notations :

Si A et B sont deux évènements, $p(A)$ désigne la probabilité de l'évènement A et $p_B(A)$ désigne la probabilité de l'évènement A sachant que l'évènement B est réalisé.
On note $\overline{A}$ l'évènement contraire de A.

Dans cet exercice, les résultats seront arrondis au millième.

Partie A

1. D'après les données de l'énoncé, préciser les valeurs des probabilités $p(S)$ et $p_{\overline{F}}(S)$.
2. Recopier l'arbre ci-dessous et remplacer chacun des quatre pointillés par la probabilité correspondante.



3. Calculer la probabilité de l'évènement $\overline{F} \cap S$ et interpréter le résultat.
4. On choisit au hasard un élève parmi ceux inscrits à l'association sportive. Calculer la probabilité que cet élève soit non fumeur.
5. On choisit au hasard un élève parmi les élèves fumeurs. Montrer que la probabilité que cet élève soit inscrit à l'association sportive est de 0,101.

Partie B

Une loterie, à laquelle tous les élèves du collège participent, est organisée pour la journée anniversaire de la création du collège. Quatre lots sont offerts. On admet que le nombre d'élèves est suffisamment grand pour que cette situation soit assimilée à un tirage avec remise.
On rappelle que 20,3 % de l'ensemble des élèves sont inscrits à l'association sportive.

En justifiant la démarche, calculer la probabilité que parmi les quatre élèves gagnants, il y ait au moins un qui soit inscrit à l'association sportive.
retour au tableau

20. Liban 2015

Les trois parties peuvent être traitées indépendamment.

Les résultats seront arrondis, si nécessaire, à 10^{-3}.

Une entreprise fabrique en grande quantité des médailles circulaires.
La totalité de la production est réalisée par deux machines M_A et M_B.
La machine M_A fournit 40 % de la production totale et M_B le reste.
La machine M_A produit 2 % de médailles défectueuses et la machine M_B produit 3 % de médailles défectueuses.

Partie A

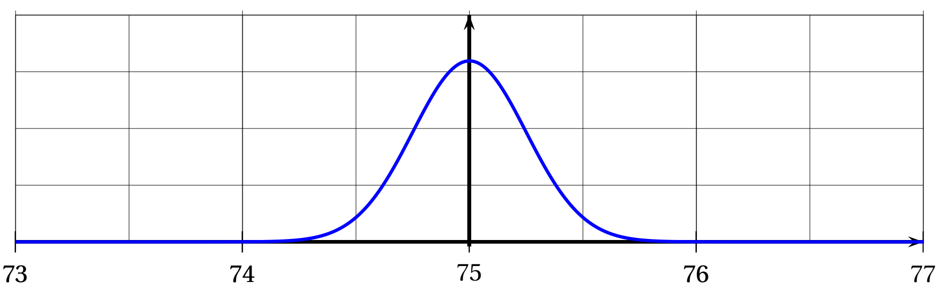
On prélève au hasard une médaille produite par l'entreprise et on considère les évènements suivants :

- A : « la médaille provient de la machine M_A » ;
- B : « la médaille provient de la machine M_B » ;
- D : « la médaille est défectueuse » ;
- $\overline{D}$ est l'évènement contraire de l'évènement D.

1. (a) Traduire cette situation par un arbre pondéré.
   (b) Montrer que la probabilité qu'une médaille soit défectueuse est égale à $0,026$.
   (c) Calculer la probabilité qu'une médaille soit produite par la machine M_A sachant qu'elle est défectueuse.
2. Les médailles produites sont livrées par lots de 20.
   On prélève au hasard un lot de 20 médailles dans la production.
   On suppose que la production est assez importante pour que l'on puisse assimiler ce prélèvement à un tirage aléatoire avec remise. Les tirages sont supposés indépendants.
   On note X la variable aléatoire prenant pour valeur le nombre de médailles défectueuses contenues dans ce lot.
   (a) Préciser la loi que suit X et donner ses paramètres.
   (b) Calculer la probabilité qu'il y ait au plus une médaille défectueuse dans ce lot.

Partie B

Le diamètre exprimé en millimètre, d'une médaille fabriquée par cette entreprise est conforme lorsqu'il appartient à l'intervalle [74,4 ; 75,6].
On note Y la variable aléatoire qui, à chaque médaille prélevée au hasard dans la production, associe son diamètre en millimètre. On suppose que la variable aléatoire Y suit une loi normale de moyenne μ et d'écart-type $0,25$.
La courbe ci-dessous est la représentation graphique de la densité de probabilité de Y.



1. Indiquer par lecture graphique la valeur de μ.
2. Déterminer à l'aide de la calculatrice la probabilité $P(74,4 \leqslant Y \leqslant 75,6)$.
3. En utilisant un résultat du cours, déterminer la valeur de h pour que

$$P(75 - h \leqslant Y \leqslant 75 + h) \approx 0,95.$$

Partie C

Dans le cadre d'un fonctionnement correct de la machine M_B, on admet que la proportion des médailles ayant une épaisseur non conforme dans la production est de 3 %.
Pour contrôler le bon fonctionnement de la machine M_B, on a prélevé au hasard un échantillon de 180 médailles et on a constaté que 11 médailles ont une épaisseur non conforme.

1. Calculer, dans l'échantillon prélevé, la fréquence des médailles dont l'épaisseur n'est pas conforme.
2. Déterminer, en justifiant, si le résultat de la question précédente rend pertinente la prise de décision d'arrêter la production pour procéder au réglage de la machine M_B.

retour au tableau

21. Nouvelle Calédonie mars 2015

Une entreprise est spécialisée dans la distribution de pommes et la fabrication de jus de pomme.
Elle s'approvisionne en pommes auprès de différents producteurs régionaux.
L'entreprise dispose d'une machine destinée à tester la conformité des pommes ; celles que la machine accepte seront vendues sans transformation ; les autres serviront à produire du jus de pomme en bouteille. Les deux parties de cet exercice peuvent être traitées de façon indépendante.

Partie A : sélection des pommes

Une étude a montré que 86 % des pommes fournies par les différents producteurs sont conformes, Les tests étant réalisés très rapidement, la machine commet quelques erreurs :

— 3 % des pommes effectivement conformes sont rejetées à tort par la machine ;

— 2 % des pommes non conformes sont acceptées à tort par la machine.

On prélève au hasard dans le stock de l'entreprise une pomme qui va être testée par la machine.
On note les évènements suivants :

— C : « La pomme prélevée est conforme » ;

— T : « La pomme est acceptée par la machine ».

$\overline{C}$ et $\overline{T}$ sont respectivement les évènements contraires des évènements C et T.
Pour répondre aux questions suivantes, on pourra représenter la situation à l'aide d'un arbre pondéré.

1. Déterminer la probabilité que la pomme prélevée soit conforme et soit acceptée par la machine.
2. Montrer que $P(T)$,la probabilité de T, est égale à $0,837$.
3. La pomme prélevée est acceptée par la machine. Quelle est la probabilité qu'elle soit conforme ? (On donnera une valeur décimale approchée au millième)

Partie B : contrôle d'un fournisseur

L'entreprise a un doute sur la qualité des pommes fournies par l'un de ses fournisseurs, et elle envisage de s'en séparer.
Elle procède donc à un contrôle en prélevant, au hasard, un échantillon de 80 pommes et en vérifiant manuellement la conformité de chaque pomme.
On formule l'hypothèse que 86 % des pommes de ce fournisseur sont conformes.

1. Déterminer un intervalle de fluctuation asymptotique au seuil de 95 % de la fréquence de pommes conformes contenues dans un lot de 80 pommes. (*les bornes de l'intervalle seront arrondies au millième*).
2. L'entreprise a constaté que seulement 65 pommes de l'échantillon étaient conformes.
   Quelle décision est-elle amenée à prendre ?

retour au tableau

22. Amérique du sud nov2014

Les deux parties 1 *et* 2 *sont indépendantes.*

Les probabilités et les fréquences demandées seront données à 0,001 *près.*

Dans un atelier de confiserie, une machine remplit des boîtes de berlingots après avoir mélangé différents arômes.

Partie 1

On admet que la variable aléatoire X qui, à chaque boîte prélevée au hasard, associe sa masse (en gramme) est une variable aléatoire dont la loi de probabilité est la loi normale de paramètres $\mu = 500$ et $\sigma = 9$.

1. (a) À l'aide de la calculatrice, déterminer la probabilité que la masse X soit comprise entre 485 g et 515 g.
   (b) L'atelier proposera à la vente les boîtes dont la masse est comprise entre 485 g et 515 g.
   Déterminer le nombre moyen de boîtes qui seront proposées à la vente dans un échantillon de 500 boîtes prélevées au hasard.
   La production est suffisamment importante pour assimiler cet échantillon à un tirage aléatoire avec remise.
2. À l'aide de la calculatrice, déterminer la probabilité que la masse X soit supérieure ou égale à 490 g.
3. (a) À l'aide de la calculatrice, déterminer à l'unité près l'entier m tel que
   $p(X \leqslant m) = 0,01$.
   (b) Interpréter ce résultat.

Partie 2

La machine est conçue pour que le mélange de berlingots comporte 25 % de berlingots parfumés à l'anis.
On prélève 400 berlingots au hasard dans le mélange et on constate que 84 sont parfumés à l'anis.

1. Déterminer un intervalle I de fluctuation asymptotique au seuil de 95 % de la fréquence des berlingots parfumés à l'anis dans un échantillon de 400 berlingots.
2. Calculer la fréquence f des berlingots parfumés à l'anis dans l'échantillon prélevé.
3. Déterminer si, au seuil de confiance de 95 %, la machine est correctement programmée.

retour au tableau

23. Polynésie sept 2014 ex3

Une entreprise produit à la chaîne des jouets pesant en moyenne 400 g. Suite à une étude statistique, on considère que la masse d'un jouet est une variable aléatoire X qui suit la loi normale d'espérance $\mu = 400$ et d'écart-type $\sigma = 11$.

Dans tout l'exercice les résultats seront arrondis à 10^{-2}.

1. Déterminer $P(385 \leqslant X \leqslant 415)$. Interpréter ce résultat.
2. Justifier, en utilisant des propriétés du cours, que $P(X \geqslant 411) \approx 0,16$.
3. Un jouet est commercialisable s'il pèse au maximum 420 g.
   Quelle est la probabilité que le jouet soit commercialisable ?
4. On cherche à contrôler la qualité des jouets. Pour cela on choisit de façon aléatoire un échantillon de 300 jouets.
   (a) Vérifier que les conditions de détermination de l'intervalle de fluctuation asymptotique au seuil de 95 % de la fréquence de jouets commercialisables sont vérifiées.
   (b) Déterminer cet intervalle.
   (c) On constate que 280 jouets de l'échantillon sont commercialisables.
   Ce résultat remet-il en question la modélisation effectuée par l'entreprise ?

retour au tableau

24. Polynésie sept 2014

Une enquête a été réalisée auprès des élèves inscrits à la demi-pension d'un lycée. Les résultats révèlent que :

— 95 % des élèves déclarent manger régulièrement à la cantine et parmi ceux-ci 70 % sont satisfaits de la qualité des repas ;

— 20 % des élèves qui ne mangent pas régulièrement sont satisfaits de la qualité des repas.

On choisit un élève au hasard parmi les élèves inscrits à la demi-pension.
On note les évènements suivants :

R l'évènement : « l'élève mange régulièrement à la cantine » ;

S l'évènement : « l'élève est satisfait ».

On notera $\overline{R}$ et $\overline{S}$ les évènements contraires de R et S.

1. Construire un arbre pondéré décrivant la situation.
2. Calculer la probabilité que l'élève mange régulièrement à la cantine et soit satisfait de la qualité des repas.
3. Montrer que la probabilité de l'évènement S est égale à $0,675$.
4. Sachant que l'élève n'est pas satisfait de la qualité des repas, calculer la probabilité qu'il mange régulièrement à la cantine. Donner le résultat arrondi à 10^{-3}.
5. On interroge successivement et de façon indépendante quatre élèves pris au hasard parmi les élèves inscrits à la demi-pension.
   On note X la variable aléatoire égale au nombre d'élèves déclarant être satisfaits de la qualité des repas. Le nombre d'élèves étant suffisamment grand, on considère que X suit une loi binomiale.
   Les résultats seront arrondis au millième.
   (a) Préciser les paramètres de cette loi binomiale.
   (b) Calculer la probabilité de l'évènement A : « les quatre élèves sont satisfaits de la qualité des repas ».
   (c) Décrire à l'aide d'une phrase l'évènement $\overline{A}$ et calculer sa probabilité.

retour au tableau

25. Métropole sept 2014

Avant de réaliser une opération marketing en début de saison, un revendeur de piscines fait une étude dans son fichier client. Il s'intéresse à deux caractéristiques :

- Le type de piscine déjà installée (piscine traditionnelle, piscine en bois, coque en résine) ;
- l'existence d'un système de chauffage.

Il obtient les résultats suivants :

- 50 % des clients choisissent une piscine traditionnelle, et parmi eux, 80 % ont fait installer un système de chauffage ;
- 40 % des clients choisissent une piscine avec coque en résine, dont 60 % seront chauffées ;
- les autres clients ont préféré une piscine en bois.

On choisit au hasard la fiche d'un client dans le fichier informatique du revendeur de piscine, chaque fiche ayant la même probabilité d'être tirée. On note les évènements suivants :

T : « Le client choisit une piscine traditionnelle » ;

R : « Le client choisit une piscine avec coque en résine » ;

B : « Le client choisit une piscine en bois » ;

C : « Le client fait installer un chauffage ».

On note $p(T)$ la probabilité de l'évènement T et $p_T(C)$ la probabilité de l'évènement C sachant que l'évènement T est réalisé.
Pour tout évènement A, on note $\overline{A}$ l'évènement contraire de l'évènement A.
Lorsque ce sera nécessaire, les résultats demandés seront arrondis au millième.

Partie A

1. Construire un arbre pondéré représentant cette situation. L'arbre pourra être complété tout au long de cet exercice.
2. Montrer que la probabilité que le client choisisse une piscine traditionnelle chauffée est 0,4.
3. On sait aussi que 70 % des clients ont choisi de faire installer un chauffage pour leur piscine.
   (a) Calculer la probabilité $p(B \cap C)$.
   (b) En déduire $p_B(C)$ et compléter l'arbre pondéré précédent.
4. Sachant que la piscine du client dont la fiche a été tirée est chauffée, calculer la probabilité que ce soit une piscine traditionnelle.

Partie B

On prélève un lot de 120 fiches dans le fichier client du revendeur.
On s'intéresse, dans un tel lot, au nombre de clients ayant choisi d'installer un chauffage pour leur piscine. On modélise ce nombre par la variable aléatoire X qui suit la loi normale de moyenne $\mu = 84$ et d'écart-type $\sigma = 5$.

1. Calculer la probabilité qu'il y ait entre 74 et 94 piscines chauffées.
2. Calculer la probabilité qu'au moins deux tiers des clients du lot aient choisi d'installer un chauffage pour leur piscine.

retour au tableau

26. Antilles sept 2014

Les deux parties de l'exercice sont indépendantes.

Partie A

Une entreprise fabrique des balles de tennis et dispose de trois chaines de fabrication appelées A, B, C.

La chaine A fabrique 30 % de la production totale de l'entreprise.

La chaine B en fabrique 10 %.

La chaine C fabrique le reste de la production.

En sortie de chaines, certaines balles peuvent présenter un défaut.

5 % des balles issues de la chaine A présentent un défaut.

5 % des balles issues de la chaine B présentent un défaut.

4 % des balles issues de la chaine C présentent un défaut.

On choisit au hasard une balle dans la production de l'entreprise et on note les évènements :

A : « la balle provient de la chaine A » ;

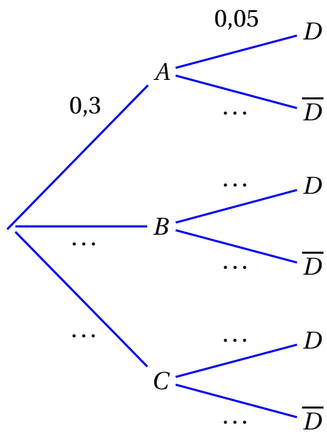
B : « la balle provient de la chaine B » ;

C : « la balle provient de la chaine C » ;

D : « la balle présente un défaut ».

1. Recopier et compléter l'arbre pondéré ci-contre.
2. Comment se note la probabilité de l'évènement « la balle présente un défaut et provient de la chaine B » ?
3. Montrer que $P(D)$, la probabilité de l'évènement D, vaut $0,044$.
4. Calculer $P_D(A)$, la probabilité de A sachant D, et donner un résultat arrondi à $0,001$.
5. On choisit 5 balles au hasard dans la production totale qui est suffisamment importante pour que ce choix puisse être assimilé à cinq tirages indépendants avec remise.

   Quelle est la probabilité pour que 3 balles possèdent un défaut ? Arrondir le résultat à 0,000 1 et justifier la réponse.



Partie B

Pour être homologuée par la Fédération Internationale de Tennis, le poids d'une balle de tennis doit être compris entre 56,7 grammes et 58,5 grammes.
On suppose que la variable aléatoire X qui, à une balle choisie au hasard dans la production, associe son poids en gramme, suit la loi normale d'espérance $\mu = 57,6$ et d'écart-type $\sigma = 0,3$.
On arrondira les résultats au millième.

1. Quelle est la probabilité qu'une balle choisie au hasard soit homologuée ?
2. Quelle est la probabilité qu'une balle choisie au hasard ait un poids supérieur à 58 grammes ?

retour au tableau

27. Polynésie juin 2014

Partie A

Document 1 : « *En France, pendant l'année scolaire 2009-2010, sur 81 135 étudiants inscrits en classe préparatoire aux grandes écoles (CPGE), on pouvait trouver 34 632 filles.* »
(Source : Repères et références statistiques sur les enseignements, la formation et la recherche Edition 2010)

Selon l'INSEE, la proportion de filles parmi les jeunes entre 15 et 24 ans est de 49,2 %.

Peut-on considérer, en s'appuyant sur le document 1 que les filles inscrites sont sous-représentées en CPGE ? Justifier la réponse.
On pourra utiliser un intervalle de fluctuation.

Partie B

Les étudiants des CPGE se répartissent en 3 filières :

— la filière scientifique (S) accueille 61,5 % des étudiants ;
— la série économique et commerciale (C) accueille 24 % des étudiants ;
— les autres étudiants suivent une filière littéraire (L).

Document 2 : « *En classes littéraires, la prépondérance des femmes semble bien implantée : avec trois inscrites sur quatre, elles y sont largement majoritaires. Inversement, dans les préparations scientifiques, les filles sont présentes en faible proportion (*30 %*) alors qu'on est proche de la parité dans les classes économiques et commerciales.* »
(Même source)

On considère que parmi tous les inscrits en CPGE en 2009-2010, la proportion de fille est 42,7 %. On interroge au hasard un étudiant en CPGE. On considère les événements suivants :

F : l'étudiant interrogé est une fille ;
S : l'étudiant interrogé est inscrit dans la filière scientifique ;
C : l'étudiant interrogé est inscrit dans la filière économique et commerciale ;
L : l'étudiant interrogé est inscrit dans la filière littéraire.

1. Donner les probabilités $P(S)$, $P(C)$, $P_L(F)$, $P_S(F)$ et $P(F)$.
   Construire un arbre pondéré traduisant cette situation. Cet arbre sera complété au fur et à mesure de l'exercice.
2. (a) Calculer la probabilité que l'étudiant interrogé au hasard soit une fille inscrite en L.
   (b) Calculer la probabilité de l'événement $F \cap S$.
   (c) En déduire que la probabilité de l'événement $F \cap C$ est 0,133 75.
3. Sachant que l'étudiant interrogé suit la filière économique et commerciale, quelle est la probabilité qu'il soit une fille ? On arrondira le résultat au millième.
   Confronter ce résultat avec les informations du document 2.
4. Sachant que l'étudiant interrogé est une fille, quelle est la probabilité qu'elle soit inscrite dans la filière littéraire L ? On arrondira le résultat au millième.

retour au tableau

28. Métropole juin 2014

Les trois parties de cet exercice peuvent être traitées de façon indépendante.

Partie A :

Chaque jour, Antoine s'entraine au billard américain pendant une durée comprise entre 20 minutes et une heure. On modélise la durée de son entrainement, en minutes, par une variable aléatoire X qui suit la loi uniforme sur l'intervalle $[20\,;\,60]$.

1. Calculer la probabilité p pour que l'entrainement dure plus de 30 minutes.
2. Calculer l'espérance de X. Interpréter ce résultat

Partie B :

Dans cette partie les probabilités seront ; si besoin, arrondies au millième.

Les boules de billard américain avec lesquelles Antoine s'entraine sont dites de premier choix si leur diamètre est compris entre $56,75$ mm et $57,25$ mm ; sinon elles sont dites de second choix.

On note D la variable aléatoire qui, à chaque boule prélevée au hasard dans la production de l'entreprise, associe son diamètre, en millimètres.
On suppose que D suit la loi normale d'espérance 57 et d'écart-type $0,11$.

1. Déterminer la probabilité p_1 que la boule prélevée ait un diamètre inférieur à 57 mm.
2. Déterminer la probabilité p_2 que la boule prélevée soit une boule de premier choix.
3. En déduire la probabilité p_3 que la boule prélevée soit une boule de second choix.

Partie C :

Le président de la fédération française de billard (FFB) souhaite estimer le niveau de satisfaction de ses 14 000 licenciés quant à l'organisation des tournois.

Antoine estime que les 80 adhérents de son club constituent un échantillon représentatif des licenciés de la FFB. Il est chargé de faire une étude au sein de son club : les 80 adhérents ont répondu, et 66 ont déclaré qu'ils étaient satisfaits.

1. Quelle est, sur cet échantillon, la fréquence observée f de personnes satisfaites de la FFB ?
2. Déterminer un intervalle de confiance au niveau de confiance $0,95$ de la proportion p de licenciés satisfaits de la FFB. Les bornes de l'intervalle seront arrondies au millième.

retour au tableau

29. Liban mai 2014 exercice 2

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples.
Chaque question ci-après comporte quatre propositions de réponse.
Pour chacune de ces questions, une seule des réponses proposées est exacte. Indiquer sur la copie le numéro de la question et recopier la réponse choisie. On ne demande pas de justification.
Chaque réponse exacte rapportera 1 *point, une réponse fausse ou l'absence de réponse n'apporte ni n'enlève de point.*

Un fumeur est dit fumeur régulier s'il fume au moins une cigarette par jour.
En 2010, en France, la proportion notée p de fumeurs réguliers, âgés de 15 à 19 ans, était de $0,236$

(*Source : Inpes*)

On a $p = 0,236$.

1. La probabilité que, sur un groupe de 10 jeunes âgés de 15 à 19 ans choisis au hasard et de manière indépendante, aucun ne soit fumeur régulier est, à 10^{-3} près :

   a. 0,136 **b.** 0 **c.** 0,068 **d.** 0,764

2. Un intervalle de fluctuation asymptotique au seuil de 0,95 de la fréquence de fumeurs réguliers dans un échantillon de 500 jeunes âgés de 15 à 19 ans est :
   (Les bornes de chaque intervalle sont données à 10^{-3} près)

   a. [0,198 : 0,274] **b.** [0,134 ; 0,238] **c.** [0,191 ; 0,281] **d.** [0,192 ; 0,280]

3. La taille n de l'échantillon choisi afin que l'amplitude de l'intervalle de fluctuation au seuil de 0,95 soit inférieure à 0,01, vaut :

   a. $n = 200$ **b.** $n = 400$ **c.** $n = 21167$ **d.** $n = 27707$

4. Dans un échantillon de 250 jeunes fumeurs réguliers, âgés de 15 à 19 ans, 99 sont des filles.
   Au seuil de 95 %, un intervalle de confiance de la proportion de filles parmi les fumeurs réguliers âgés de 15 à 19 ans est :
   (*Les bornes de chaque intervalle sont données à* 10^{-2} près)

   a. [0,35 ; 0,45] **b.** [0,33 ; 0,46] **c.** [0,39 ; 0,40] **d.** [0,30 ; 0,50]

retour au tableau

30. Liban mai 2014 exercice 1

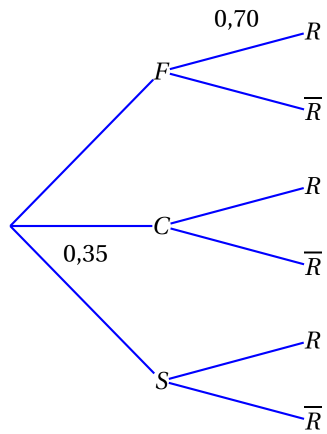
Un serveur, travaillant dans une pizzeria, remarque qu'en moyenne, 40 % des clients sont des familles, 25 % des clients sont des personnes seules et 35 % des clients sont des couples.
Il note aussi que :

- 70 % des familles laissent un pourboire ;
- 90 % des personnes seules laissent un pourboire ;
- 40 % des couples laissent un pourboire.

Un soir donné, ce serveur prend au hasard une table occupée dans la pizzeria.
On s'intéresse aux évènements suivants :
F : « la table est occupée par une famille »
S : « la table est occupée par une personne seule »
C : « la table est occupée par un couple »
R : « le serveur reçoit un pourboire »
On note $\overline{A}$ l'évènement contraire de A et $p_B(A)$ la probabilité de A, sachant B.

Partie A

1. D'après les données de l'énoncé, préciser les probabilités $p(F)$ et $p_S(R)$.
2. Recopier et compléter l'arbre pondéré suivant :



3. (a) Calculer $p(F \cap R)$.
   (b) Déterminer $p(R)$.
4. Sachant que le serveur a reçu un pourboire, calculer la probabilité que ce pourboire vienne d'un couple. Le résultat sera arrondi à 10^{-3} .

Partie B

On note X la variable aléatoire qui, à un soir donné, associe le montant total en euro des pourboires obtenus par le serveur.
On admet que X suit la loi normale d'espérance $\mu = 15$ et d'écart-type $\sigma = 4,5$.
Dans les questions suivantes, les calculs seront effectués à la calculatrice et les résultats arrondis à 10^{-2}.

1. Calculer :
   (a) la probabilité que le montant total des pourboires reçus par le serveur soit compris entre 6 et 24 euros.
   (b) $p(X \geqslant 20)$.
2. Calculer la probabilité que le montant total des pourboires du serveur soit supérieur à 20 euros sachant que ce montant est compris entre 6 et 24 euros.

retour au tableau

31. Centres Etrangers 2014 exercice 4

L'entreprise Printfactory fabrique, en grande quantité, des cartouches d'encre noire pour imprimante.
Pour chacune des quatre affirmations suivantes, indiquer si elle est vraie ou fausse **en justifiant votre réponse**.

1. On considère la variable aléatoire X qui, à chaque cartouche produite, associe sa durée de vie exprimée en nombre de pages.
   On admet que X suit la loi normale d'espérance $\mu = 250$ et d'écart-type $\sigma = 10$.
   (a) **Affirmation 1 :** Environ 95 % des cartouches produites ont une durée de vie comprise entre 230 et 270 pages.
   (b) **Affirmation 2 :** Moins de 50 % des cartouches produites ont une durée de vie inférieure à 300 pages.
2. L'entreprise Printfactory a amélioré son procédé industriel et déclare que 80 % des cartouches produites ont une durée de vie supérieure à 250 pages.
   Un contrôleur désigné par l'entreprise effectue un test en prélevant de façon aléatoire un échantillon de cartouches dans la production.
   Dans un échantillon de taille 1 000, le contrôleur a obtenu 240 cartouches vides d'encre avant l'impression de 250 pages.
   Affirmation 3 : Le contrôleur valide la déclaration de l'entreprise.
3. L'entreprise Printfactory souhaite connaître l'opinion de ses 10 000 clients quant à la qualité d'impression de ses cartouches.
   Pour cela, elle souhaite obtenir, à partir d'un échantillon aléatoire, une estimation de la proportion de clients satisfaits au niveau 0,95 avec un intervalle de confiance d'amplitude inférieure ou égale à 4 %.
   Affirmation 4 : L'entreprise doit interroger au moins un quart de ses clients.

retour au tableau

32. Centres Etrangers 2014 exercice 2

Une grande entreprise vient de clôturer sa campagne de recrutement qui s'est déroulée en deux temps :

— premier temps : étude du dossier présenté par le candidat ;

— deuxième temps : entretien en vue du recrutement.

Le processus de recrutement mis en œuvre par l'entreprise est le suivant :

— si le dossier est jugé de bonne qualité, alors le candidat est reçu en entretien par le directeur des ressources humaines ;

— si le dossier n'est pas jugé de bonne qualité, alors le candidat subit des tests puis est reçu en entretien par le directeur de l'entreprise.

Dans les deux cas, à l'issue de l'entretien, le candidat est recruté ou ne l'est pas.

À l'issue de cette campagne de recrutement, l'entreprise publie les résultats suivants :

- 30 % des candidats avaient un dossier jugé de bonne qualité ;
- 20 % des candidats n'ayant pas un dossier jugé de bonne qualité ont été recrutés ;
- 38 % des candidats ont été recrutés.

1. On prend un candidat au hasard et on note :
   - D l'évènement « le candidat a un dossier jugé de bonne qualité » ;
   - R l'évènement « le candidat est recruté par l'entreprise ».

   (a) Représenter cette situation à l'aide d'un arbre pondéré.

   (b) Calculer la probabilité que le candidat n'ait pas un dossier de bonne qualité et ne soit pas recruté par l'entreprise.

   (c) Montrer que la probabilité de l'événement $D \cap R$ est égale à $0,24$.

   (d) En déduire la probabilité qu'un candidat soit recruté sachant que son dossier est jugé de bonne qualité. Compléter l'arbre pondéré réalisé dans la question a.

2. Dix personnes postulent pour un emploi dans l'entreprise. Les études de leurs candidatures sont faites indépendamment les unes des autres. On désigne par X la variable aléatoire donnant le nombre de personnes recrutées parmi les 10 personnes.

   (a) Justifier que X suit une loi binomiale de paramètres $n = 10$ et $p = 0,38$.

   (b) Calculer la probabilité qu'au moins une des dix personnes soit recrutée. On donnera la valeur exacte puis une valeur du résultat arrondie à 10^{-3}.

3. Deux amis, Aymeric et Coralie, sont convoqués le même jour pour un entretien avec la direction des ressources humaines.

   Coralie arrive à 8 h 30 alors qu'Aymeric arrive au hasard entre 8 h et 9 h.

   On désigne par T la variable aléatoire donnant l'heure d'arrivée d'Aymeric et on admet que T suit la loi uniforme sur l'intervalle $[8 ; 9]$.

   Déterminer la probabilité pour que Coralie attende Aymeric plus de dix minutes.

retour au tableau

33. Asie juin 2014

On s'intéresse aux résultats d'un concours où l'on ne peut pas se présenter plus de deux fois.

Partie A : étude des résultats de mai 2013

Les statistiques dressées à partir des résultats de la session de mai 2013 ont permis d'établir que :

— 60 % des personnes qui présentaient le concours le présentaient pour la première fois ;

— 10 % de ceux qui le présentaient pour la première fois ont été admis ;

— 40 % de ceux qui le présentaient pour la seconde fois l'ont réussi.

On interroge au hasard une personne parmi toutes celles ayant passé ce concours en mai 2013.
On note :

- C_1 l'évènement : « La personne présentait le concours pour la première fois » ;
- R l'évènement : « La personne a été reçue à ce concours ».

On note $\overline{A}$ l'évènement contraire de l'évènement A.

1. Déterminer les probabilités suivantes : $P_{C_1}(R)$; $P_{\overline{C_1}}(R)$ et $P(C_1)$.
   Aucune justification n'est attendue.
   Pour traiter la suite de l'exercice, on pourra s'aider d'un arbre.
2. Déterminer la probabilité que cette personne se soit présentée au concours pour la première fois et ait été admise.
3. Montrer que la probabilité que cette personne ait été admise à ce concours en mai 2013 est de $0,22$.
4. Sachant que cette personne a réussi le concours, déterminer la probabilité qu'elle l'ait présenté pour la première fois. Donner une valeur arrondie au centième.

Partie B : résultats d'un établissement

Dans cette partie, les valeurs numériques sont arrondies au centième.

Dans un établissement, parmi les 224 étudiants inscrits à la préparation à ce concours, 26 % ont été admis à la session de mai 2013.
On admet que dans cette population, on a également 60 % des personnes qui se présentaient pour la première fois.
Le directeur de l'établissement prétend que ce résultat, supérieur au taux de réussite global de 22 %, ne peut être simplement dû au hasard et il affirme que la qualité de l'enseignement dispensé dans son établissement a permis à ses élèves de mieux réussir que l'ensemble des candidats.

1. Déterminer l'intervalle de fluctuation asymptotique au seuil de 95 % du pourcentage d'étudiants admis dans un groupe de 224 personnes.
2. Que penser de l'affirmation du directeur de l'établissement ? Justifier.

retour au tableau

34. Antilles juin 2014

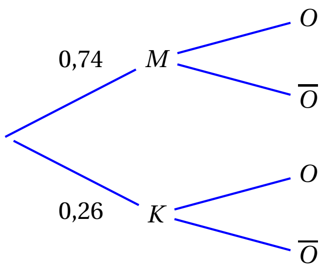
D'après une étude récente il y a 216 762 médecins en France métropolitaine parmi lesquels 0,6 % pratiquent l'ostéopathie et on compte 75 164 kinésithérapeutes parmi lesquels 8,6 % pratiquent l'ostéopathie,

Partie A

On choisit une personne au hasard parmi les médecins et les kinésithérapeutes.
On note les évènements suivants :

- M : « la personne choisie est médecin » ;
- K : « la personne choisie est kinésithérapeute » ;
- O : « la personne choisie pratique l'ostéopathie ».

On représente la situation à l'aide de l'arbre pondéré suivant :



1. Reproduire l'arbre de probabilité puis le compléter.
2. Montrer que la probabilité $P(O)$ de l'évènement O est égale à 0,026 8.
3. Un patient vient de suivre une séance d'ostéopathie chez un praticien d'une des deux catégories.
   Déterminer la probabilité que le praticien soit un kinésithérapeute. Donner le résultat arrondi au centième.

Partie B

On note T la variable aléatoire associant à chaque patient la durée de visite, en minutes, chez un médecin-ostéopathe. On admet que T suit la loi normale d'espérance 30 et d'écart-type 10.
Dans cette partie, les résultats seront arrondis au centième.

1. Déterminer la probabilité $P(20 \leqslant T \leqslant 40)$.
2. Déterminer la probabilité qu'une visite dure plus de trois quart d'heure.

Partie C

On rappelle qu'en France métropolitaine 0,6 % des médecins pratiquent l'ostéopathie. Une région compte 47 000 médecins dont 164 médecins-ostéopathes.
On note I l'intervalle de fluctuation asymptotique au seuil de 95 % de la fréquence de médecins ostéopathes de la région.

1. (a) Vérifier que les conditions d'utilisation de cet intervalle sont remplies.
   (b) Justifier que $I = [0{,}0053 ; 0{,}0067]$, les bornes ayant été arrondies à 10^{-4} près.
   Peut-on considérer que pour la pratique de l'ostéopathie par les médecins, cette région est représentative, privilégiée ou défavorisée par rapport à la situation en France métropolitaine ? Justifier la réponse.

retour au tableau

35. Amérique du Nord 2014

Un investisseur souhaite acheter un appartement dans l'objectif est de le louer. Pour cela, il s'intéresse à la rentabilité locative de cet appartement.
Les trois parties peuvent être traitées indépendamment. Les résultats seront arrondis, si nécessaire, à 10^{-4}.

PARTIE A

On considère deux types d'appartement :

— Les appartements d'une ou deux pièces notés respectivement T1 et T2 ;

— Les appartements de plus de deux pièces.

Une étude des dossiers d'appartements loués dans un secteur ont montré que :

— 35 % des appartements loués sont de type T1 ou T2 ;

— 45 % des appartements loués de type T1 ou T2 sont rentables ;

— 30 % des appartements loués, qui ne sont ni de type T1 ni de type T2, sont rentables.

On choisit un dossier au hasard et on considère les évènements suivants :

— T : « l'appartement est de type T1 ou T2 » ;

— R : « l'appartement loué est rentable » ;

— $\overline{T}$ est l'évènement contraire de T et $\overline{R}$ est l'évènement contraire de R.

1. Traduire cette situation par un arbre pondéré.
2. Montrer que la probabilité qu'un appartement loué soit rentable est égale à 0,352 5.
3. Calculer la probabilité que l'appartement soit de type T1 ou T2, sachant qu'il est rentable.

PARTIE B

On considère X la variable aléatoire égale au nombre d'appartements rentables dans un échantillon aléatoire de 100 appartements loués. On admet que toutes les conditions sont réunies pour assimiler X à une variable aléatoire qui suit la loi normale de moyenne $\mu = 35$ et d'écart type $\sigma = 5$.
À l'aide de la calculatrice :

1. Calculer $P(25 \leqslant X \leqslant 35)$.
2. Calculer la probabilité qu'au moins 45 appartements parmi les 100 appartements loués soient rentables.

PARTIE C

L'investisseur se rend dans une agence immobilière pour acheter un appartement et le louer. Le responsable de cette agence lui affirme que 60 % des appartements sont rentables.
Pour vérifier son affirmation, on a prélevé au hasard 280 dossiers d'appartements loués. Parmi ceux-ci, 120 sont rentables.

1. Déterminer la fréquence observée sur l'échantillon prélevé.
2. Peut-on valider l'affirmation du responsable de cette agence ? Justifier cette réponse. On pourra s'aider du calcul d'un intervalle de fluctuation asymptotique au seuil de 95 %.

retour au tableau

retour au tableau

36. Pondichéry avril 2014

Les parties A, B et C sont indépendantes

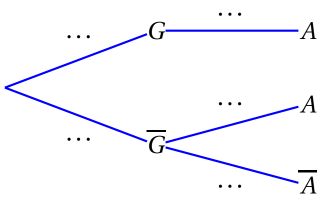
Partie A

Une société s'est intéressée à la probabilité qu'un de ses salariés, choisi au hasard, soit absent durant une semaine donnée de l'hiver 2014.
On a évalué à $0,07$ la probabilité qu'un salarié ait la grippe une semaine donnée. Si le salarié a la grippe, il est alors absent.
Si le salarié n'est pas grippé cette semaine là, la probabilité qu'il soit absent est estimée à $0,04$.
On choisit un salarié de la société au hasard et on considère les évènements suivants :

— G : le salarié a la grippe une semaine donnée ;

— A : le salarié est absent une semaine donnée.

1. Reproduire et compléter l'arbre en indiquant les probabilités de chacune des branches.



2. Montrer que la probabilité $p(A)$ de l'évènement A est égale à $0,1072$.
3. Pour une semaine donnée, calculer la probabilité qu'un salarié ait la grippe sachant qu'il est absent. Donner un résultat arrondi au millième.

Partie B

On admet que le nombre de journées d'absence annuel d'un salarié peut être modélisé par une variable aléatoire X qui suit la loi normale de moyenne $\mu = 14$ et d'écart type $\sigma = 3,5$.

1. Justifier, en utilisant un résultat du cours, que $p(7 \leqslant X \leqslant 21) \approx 0,95$.
2. Calculer la probabilité, arrondie au millième, qu'un salarié comptabilise au moins 10 journées d'absence dans l'année.

Partie C

Une mutuelle déclare que 22 % de ses adhérents ont dépassé 20 journées d'absence au travail en 2013.
Afin d'observer la validité de cette affirmation, un organisme enquête sur un échantillon de 200 personnes, choisies au hasard et de façon indépendante, parmi les adhérents de la mutuelle.
Parmi celles-ci, 28 ont comptabilisé plus de 20 journées d'absence en 2013.
Le résultat de l'enquête remet-il en question l'affirmation de la mutuelle ? Justifier la réponse. On pourra s'aider du calcul d'un intervalle de fluctuation.
retour au tableau

37. Nouvelle Calédonie mars 2014

Une classe est composée de 17 filles dont 8 étudient le russe et 9 l'allemand et de 23 garçons dont 12 étudient le russe et 11 l'allemand.
Chaque élève étudie une et une seule de ces deux langues vivantes.
On choisit un élève au hasard dans la classe et on définit les évènements :

F l'évènement : « L'élève choisi est une fille » ;

G l'évènement : « L'élève choisi est un garçon » ;

R l'évènement : « L'élève choisi étudie le russe » ;

A l'évènement : « L'élève choisi étudie l'allemand ».

Rappel des notations :
Si X et Y sont deux évènements, $P(X)$ désigne la probabilité que l'évènement X se réalise et $P_Y(X)$ désigne la probabilité que l'évènement X se réalise sachant que l'évènement Y est réalisé.
$\overline{X}$ désigne l'évènement contraire de l'évènement X.

Chaque résultat sera exprimé sous forme décimale exacte ou sous la forme d'une fraction irréductible.
On pourra utiliser un tableau ou un arbre.

1. Calculer $P(G)$, $P(R \cap G)$ et $P(R)$.
2. Quelle est la probabilité que l'élève choisi soit une fille qui étudie l'allemand ?
3. L'élève choisi étudie le russe. Calculer la probabilité que cet élève soit un garçon.
4. On procède successivement deux fois au choix d'un élève de la classe. Le même élève peut être choisi deux fois.
   Calculer la probabilité de l'évènement : « Les deux élèves choisis n'étudient pas la même langue ».

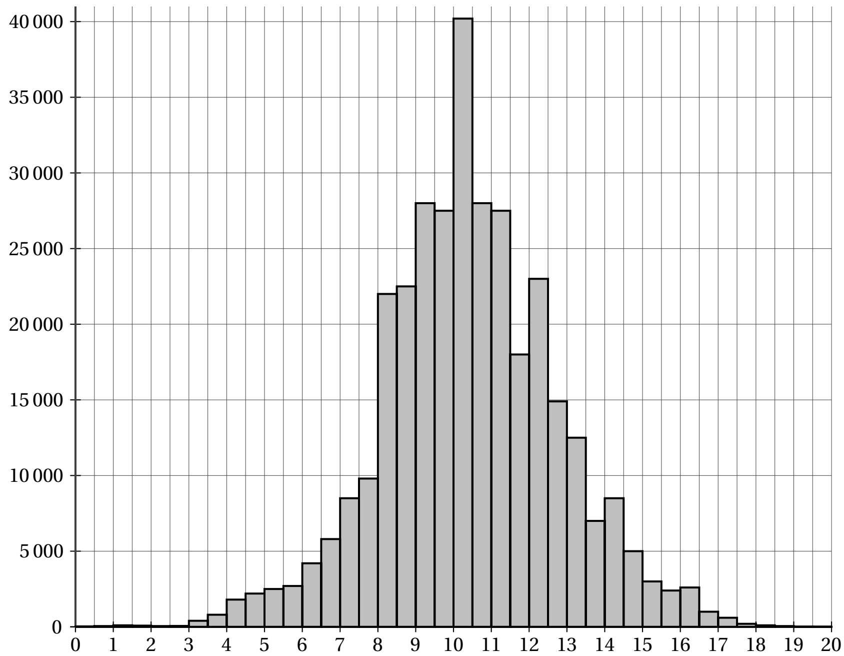
retour au tableau

38. Nouvelle Calédonie nov 2013 exercice 5

Les résultats seront donnés sous forme décimale, arrondis au dix millième, ou sous forme de pourcentage arrondis à 0,01 *%.*

1. Le lendemain d'une épreuve de mathématiques au baccalauréat, on corrige un échantillon de 160 copies choisies au hasard parmi l'ensemble des copies et on a observe que 78 copies ont obtenu une note supérieure ou égale à 10.
   (a) Déterminer la proportion des copies de l'échantillon ayant obtenu une note supérieure ou égale à 10.
   (b) Déterminer un intervalle de confiance au niveau de confiance de 95 % de la proportion des copies qui obtiendront une note supérieure ou égale à 10 dans l'ensemble des copies.
   (c) Quelle devrait être la taille de l'échantillon pour obtenir un intervalle de confiance au niveau de confiance de 95 % d'amplitude inférieure à 0,04 ?
2. À l'issue du premier groupe d'épreuves on désigne par X la variable aléatoire qui, à un candidat choisi au hasard parmi l'ensemble des candidats, associe sa moyenne générale.
   Un correcteur propose de considérer que la variable aléatoire X suit une loi normale de moyenne 10,5 et d'écart-type 2.
   (a) Si ce correcteur a raison, quel intervalle centré en 10,5 devrait contenir 95 % des moyennes des candidats ?
   (b) À l'aide de la calculatrice ou de la table fournie en annexe, calculer $P(X > 12)$.
   (c) Lors des délibérations de jury à l'issue du premier groupe d'épreuves, les candidats ayant obtenu une moyenne supérieure ou égale à 10 sont déclarés admis. Il est aussi d'usage, par exemple, lorsqu'un candidat a obtenu une moyenne inférieure mais très proche de 10 et lorsque le dossier de ce candidat met en avant la qualité de son travail au cours de l'année, de le déclarer admis et de porter à 10 sa moyenne.
   Le graphique figurant en annexe 2 permet de visualiser les notes moyennes d'environ 330 000 candidats à l'issue des délibérations des jurys du premier groupe d'épreuves du baccalauréat 2001.
   Commenter la forme du graphique et ses éventuelles irrégularités.

Annexe 2



(Source : Direction de la Programmation et du Développement,
Ministère de la Jeunesse de l'Education nationale et de la Recherche, 2002)

retour au tableau

39. Nouvelle Calédonie nov 2013 exercice 4

On interroge des français de plus de 15 ans sur le nombre de langues étrangères qu'ils parlent « bien », c'est-à-dire qu'ils parlent suffisamment bien pour participer à une conversation. À l'issue du sondage, on observe que l'échantillon des personnes interrogées est partagé en trois catégories :

- 44 % des personnes interrogées ne parlent « bien » aucune langue étrangère.
- 28 % des personnes interrogées parlent « bien » une langue étrangère.
- 28 % des personnes interrogées parlent « bien » deux ou plus de deux langues étrangères.

(d'après EUROBAROMÈTRE 64.3 Commission Européenne 2005)

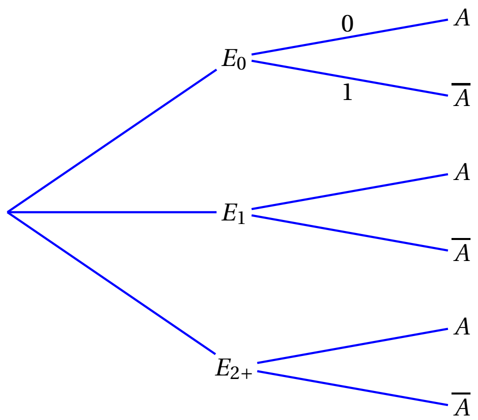
Ces trois catégories seront désignées dans la suite du problème respectivement par L0, L1 et L2+.
56 % des personnes de la catégorie L1 citent l'anglais comme la langue étrangère qu'elles parlent « bien ».
73 % des personnes de la catégorie L2+ citent l'anglais parmi les langues étrangères qu'elles parlent « bien ».

On choisit de manière aléatoire une personne de cet échantillon.

On note
E_0 l'évènement : « la personne ne parle bien aucune langue étrangère »,
E_1 l'évènement : « la personne parle bien une langue étrangère »,
E_{2+} l'évènement : « la personne parle bien deux ou plus de deux langues étrangères »,
A est l'évènement : « la personne parle bien l'anglais » et $\overline{A}$ l'évènement contraire de A.

Rappel des notations :
Si A et B sont deux évènements donnés, $p(A)$ désigne la probabilité que l'évènement A se réalise et $P_B(A)$ désigne la probabilité de l'évènement A sachant que l'évènement B est réalisé.

1. Recopier et compléter l'arbre pondéré suivant pour qu'il traduise les données de l'expérience aléatoire décrite dans l'énoncé :



Dans la suite de l'exercice les résultats seront donnés, éventuellement arrondis, au dix millième.

2. Calculer la probabilité que la personne choisie soit de la catégorie L1 et qu'elle ne parle pas « bien » l'anglais.
3. Calculer la probabilité que la personne choisie ne parle pas « bien » l'anglais.
4. Calculer la probabilité que la personne soit de la catégorie L2+ sachant qu'elle parle « bien » l'anglais.

retour au tableau

40. Amérique du sud nov 2013 exercice 4

Dans cet exercice, les résultats seront donnés sous forme décimale et arrondis à 10^{-3} *près.*
Les parties A et B sont indépendantes.

Dans un cabinet d'assurance, une étude est réalisée sur la fréquence des sinistres déclarés par les clients ainsi que leur coût.

Partie A

Une enquête affirme que 30 % des clients ont déclaré un sinistre au cours de l'année.

1. Dans le cadre d'une étude approfondie, on choisit au hasard et de manière indépendante 15 clients.
   On note X la variable aléatoire qui compte le nombre de clients ayant déclaré un sinistre au cours de l'année.
   (a) Justifier que la loi de probabilité de X est la loi binomiale de paramètres $n = 15$ et $p = 0,3$.
   (b) Calculer $P(X \geqslant 1)$.
2. Un expert indépendant interroge un échantillon de 100 clients choisis au hasard dans l'ensemble des clients du cabinet d'assurance.
   (a) Déterminer l'intervalle de fluctuation asymptotique au seuil de 95 % de la proportion de clients ayant déclaré un sinistre au cours de l'année.
   (b) L'expert constate que 19 clients ont déclaré un sinistre au cours de l'année.
   Déterminer, en justifiant, si l'affirmation du cabinet d'assurance : « 30 % des clients ont déclaré un sinistre au cours de l'année » peut être validée par l'expert.

Partie B

Selon leur gravité, les sinistres sont classés en catégorie.

On s'intéresse dans cette question au coût des sinistres de faible gravité sur le deuxième semestre de l'année.
On note Y la variable aléatoire donnant le coût, en euros, de ces sinistres.
On admet que la variable aléatoire Y suit la loi normale d'espérance $\mu = 1200$ et d'écart-type $\sigma = 200$.

1. Calculer la probabilité qu'un sinistre de faible gravité ait un coût compris entre 1 000 € et 1 500 €.
2. Calculer la probabilité qu'un sinistre de faible gravité ait un coût supérieur à 1 000 €.

retour au tableau

41. Amérique du sud nov2013 exercice 3

Dans un pays, suite à une élection, un institut de sondage publie chaque mois la cote de popularité du président (c'est-à-dire le pourcentage de personnes ayant une opinion favorable à l'action qu'il mène). Ce sondage résulte d'une enquête réalisée auprès d'un échantillon de la population du pays.

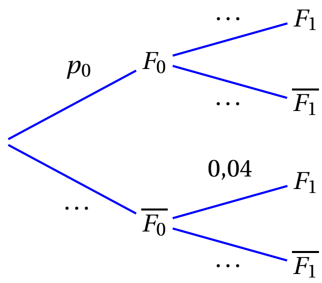
Les enquêtes réalisées révèlent que d'un mois à l'autre :

- 6 % des personnes qui étaient favorables ne le sont plus ;
- 4 % des personnes qui n'étaient pas favorables le deviennent.

On interroge au hasard une personne dans la population du pays et on note :

- F_0 l'évènement « la personne interrogée a une opinion favorable dès l'élection du président » de probabilité p_0 et $\overline{F_0}$ son évènement contraire ;
- F_1 l'évènement « la personne interrogée le 1er mois a une opinion favorable » de probabilité p_1 et $\overline{F_1}$ son évènement contraire.

1. (a) Recopier et compléter l'arbre pondéré suivant.



   (b) Montrer que $p_1 = 0,9p_0 + 0,04$.

   Pour la suite de l'exercice, on donne $p_0 = 0,55$ et on note, pour tout entier naturel n, F_n l'évènement « la personne interrogée le n-ième mois a une opinion favorable » et p_n sa probabilité.
   On admet de plus, que pour tout entier naturel n, $p_{n+1} = 0,9p_n + 0,04$.

2. On considère l'algorithme suivant :

Variables :	
	I et N sont des entiers naturels
	P est un nombre réel
Entrée :	
	Saisir N
Initialisation :	
	P prend la valeur $0,55$
Traitement :	
	Pour J allant de 1 à N
	P prend la valeur $0,9P + 0,04$
	Fin Pour
Sortie :	
	Afficher P

   (a) Écrire ce qu'affiche cet algorithme lorsque l'utilisateur entre la valeur $N = 1$.

   (b) Donner le rôle de cet algorithme.

3. On considère la suite (u_n) définie pour tout entier naturel n par :
   $u_n = p_n - 0,4$.

   (a) Démontrer que la suite (u_n) est une suite géométrique de raison $0,9$ et préciser la valeur de son premier terme u_0.

(b) En déduire l'expression de u_n en fonction de n puis l'expression de p_n en fonction de n.

(c) Déterminer la limite de la suite (p_n) et interpréter le résultat.

4. (a) Résoudre dans l'ensemble des entiers naturels l'inéquation $0,15 \times 0,9^n + 0,4 \leqslant 0,45$.

(b) Interpréter le résultat trouvé.

retour au tableau

42. Antilles sept 2013

Dans tout l'exercice, les résultats seront arrondis à 10^{-2} *près.*

Les parties A, B et C peuvent être traitées indépendamment.

Deux roues sont disposées sur le stand d'un forain. Elles sont toutes deux partagées en 10 secteurs identiques.
La première comporte 5 secteurs rouges, 3 bleus et 2 verts.
La deuxième comporte 7 secteurs noirs et 3 jaunes.
Quand on fait tourner une de ces deux roues, un repère indique, lorsqu'elle s'arrête, un secteur. Pour chacune des deux roues, on admet que les 10 secteurs sont équiprobables.
Le forain propose le jeu suivant : on fait tourner **la première roue** et, lorsqu'elle s'arrête, on considère la couleur du secteur indiqué par le repère.

— Si c'est le rouge, le joueur a perdu et la partie s'arrête.

— Si c'est le bleu, la partie continue ; le joueur fait tourner **la deuxième roue** : si le repère indique un secteur jaune, le joueur a gagné un lot et s'il indique un secteur noir, le joueur a perdu.

— Si c'est le vert, la partie continue ; le joueur fait tourner **la deuxième roue** : si le repère indique un secteur noir, le joueur a gagné un lot et s'il indique un secteur jaune, le joueur a perdu.

Partie A

Le joueur fait une partie.
On note les évènements suivants :
R : « Le repère de la première roue indique la couleur rouge » ;
B : « Le repère de la première roue indique la couleur bleue » ;
V : « Le repère de la première roue indique la couleur verte » ;
N : « Le repère de la deuxième roue indique la couleur noire » ;
J : « Le repère de la deuxième roue indique la couleur jaune » ;
G : « Le joueur gagne un lot ».

1. Construire un arbre pondéré décrivant la situation.
2. Calculer la probabilité $P(B \cap J)$ de l'évènement $B \cap J$.
3. Démontrer que la probabilité $P(G)$ que le joueur gagne un lot est égale à $0,23$.

Partie B

Un joueur fait quatre parties successives et indépendantes. On rappelle que la probabilité de gagner un lot est égale à $0,23$.
Déterminer la probabilité que ce joueur gagne un seul lot sur ces quatre parties.

Partie C

Durant le week-end, un grand nombre de personnes ont tenté leur chance à ce jeu.
On note X le nombre de parties gagnées durant cette période et on admet que X suit la loi normale d'espérance $\mu = 45$ et d'écart-type $\sigma = 5$. Déterminer :

1. la probabilité : $P(40 < X < 50)$;
2. la probabilité qu'au moins 50 parties soient gagnées durant le week-end.

retour au tableau

43. Métropole sept 2013

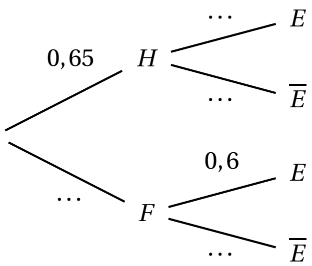
Un opérateur de téléphonie mobile organise une campagne de démarchage par téléphone pour proposer la souscription d'un nouveau forfait à sa clientèle, composée à 65 % d'hommes.
Des études préalables ont montré que 30 % des hommes contactés écoutent les explications, les autres raccrochant aussitôt (ou se déclarant immédiatement non intéressés). Parmi les femmes, 60 % écoutent les explications.
On admet que ces proportions restent stables.

Partie A

On choisit au hasard une personne dans le fichier clients. Chaque personne a la même probabilité d'être choisie.
On note H l'évènement « la personne choisie est un homme », F l'évènement « la personne choisie est une femme », E l'évènement « la personne choisie écoute les explications du démarcheur » et $\overline{E}$ l'évènement contraire de E.

Rappel des notations :
Si A et B sont deux évènements donnés, $P(A)$ désigne la probabilité que l'évènement A se réalise et $P_B(A)$ désigne la probabilité de l'évènement A sachant que l'évènement B est réalisé.

1. Recopier et compléter l'arbre de probabilité proposé ci-dessous :



2. (a) Traduire par une phrase l'évènement $E \cap F$ et calculer sa probabilité.
   (b) Montrer que la probabilité que la personne choisie écoute les explications du démarcheur est égale à $0,405$.
   (c) Le démarcheur s'adresse à une personne qui l'écoute. Quelle est la probabilité que ce soit un homme ? *On donnera le résultat arrondi au centième.*

Partie B

Les relevés réalisés au cours de ces premières journées permettent également de constater que 12 % des personnes interrogées souscrivent à ce nouveau forfait.
Chaque employé de l'opérateur effectue 60 appels par jour.
On suppose le fichier suffisamment important pour que les choix soient considérés réalisés de façon indépendante et dans des conditions identiques.
On note X la variable aléatoire qui comptabilise le nombre de souscriptions réalisées par un employé donné un jour donné.

1. Justifier que la variable aléatoire X suit une loi binomiale dont on donnera les paramètres.
2. Déterminer la probabilité que l'employé obtienne 5 souscriptions un jour donné. (*On arrondira le résultat au centième*).
3. Déterminer la probabilité que l'employé obtienne au moins une souscription un jour donné. *On donnera une valeur arrondie au dix millième.*

retour au tableau

44. pondichery 2013 exercice 2

Une enquête a été réalisée auprès des élèves d'un lycée afin de connaître leur point de vue sur la durée de la pause du midi ainsi que sur les rythmes scolaires.
L'enquête révèle que 55 % des élèves sont favorables à une pause plus longue le midi et parmi ceux qui souhaitent une pause plus longue, 95 % sont pour une répartition des cours plus étalée sur l'année scolaire.
Parmi ceux qui ne veulent pas de pause plus longue le midi, seulement 10 % sont pour une répartition des cours plus étalée sur l'année scolaire.
On choisit un élève au hasard dans le lycée. On considère les évènements suivants :

— L : l'élève choisi est favorable à une pause plus longue le midi ;
— C : l'élève choisi souhaite une répartition des cours plus étalée sur l'année scolaire.

1. Construire un arbre pondéré décrivant la situation.
2. Calculer $P(L \cap C)$ la probabilité de l'évènement $L \cap C$.
3. Montrer que $P(C) = 0,5675$.
4. Calculer $P_C(L)$, la probabilité de l'évènement L sachant l'évènement C réalisé. En donner une valeur arrondie à 10^{-4}.
5. On interroge successivement et de façon indépendante quatre élèves pris au hasard parmi les élèves de l'établissement. Soit X la variable aléatoire qui donne le nombre d'élèves favorables à une répartition des cours plus étalée sur l'année scolaire. Le nombre d'élèves étant suffisamment grand, on considère que X suit une loi binomiale.
   (a) Préciser les paramètres de cette loi binomiale.
   (b) Calculer la probabilité qu'aucun des quatre élèves interrogés ne soit favorable à une répartition des cours plus étalée sur l'année scolaire. En donner une valeur arrondie à 10^{-4}.
   (c) Calculer la probabilité qu'exactement deux élèves soient favorables à une répartition des cours plus étalée sur l'année scolaire.

retour au tableau

45. pondichery 2013 exercice 4

La partie C peut être traitée indépendamment des parties A et B.

PARTIE A

On désigne par f la fonction définie sur l'intervalle $[0\,;\,6]$ par

$$f(x) = 1-(x+1)\mathrm{e}^{-x}.$$

1. Montrer que $f'(x) = x\mathrm{e}^{-x}$ où f' désigne la fonction dérivée de la fonction f.
2. Démontrer que l'équation $f(x) = 0,5$ admet une solution unique α sur l'intervalle $[0\,;\,6]$.
   Déterminer une valeur arrondie de α à $0,01$.
3. On admet que la fonction F définie sur $[0\,;\,6]$ par $F(x) = x+(x+2)\mathrm{e}^{-x}$ est une primitive de f sur $[0\,;\,6]$. Donner la valeur exacte puis une valeur arrondie à 10^{-3} de $I = \displaystyle\int_0^6 f(x)\,\mathrm{d}x$.

PARTIE B

Une entreprise lance la production de batteries pour véhicules électriques.
Une étude a modélisé le rythme de la production journalière sur les six premiers mois à l'aide de la fonction f définie dans la partie A pour x compris entre 0 et 6.
x représente le nombre de mois (de 30 jours) depuis le lancement du produit.
$f(x)$ représente la production journalière de batteries en milliers.

1. Exprimer en mois puis en jours le moment où la production atteindra $0,5$ millier soit 500 unités.
2. Déterminer une valeur arrondie à 10^{-3} de la valeur moyenne, exprimée en milliers, de la production sur les six premiers mois.

PARTIE C

Il est prévu que l'autonomie permise par ce type de batteries, sous certaines conditions de conduite, soit de 200 km.
Sur un parcours joignant une ville située à 160 km, on suppose que l'autonomie, exprimée en km, permise par ces batteries suit une loi normale d'espérance $\mu = 200$ et d'écart-type $\sigma = 40$.

1. Quelle est la probabilité, arrondie au centième, de ne pas atteindre cette ville ?
2. La probabilité de pouvoir faire l'aller-retour jusqu'à cette ville sans recharge des batteries est-elle supérieure à $0,01$? Justifier votre réponse.

retour au tableau

46. Amérique du Nord 2013

Dans cet exercice, les résultats seront donnés à 10^{-3} près.

1. Une étude interne à une grande banque a montré qu'on peut estimer que l'âge moyen d'un client demandant un crédit immobilier est une variable aléatoire, notée X, qui suit la loi normale de moyenne $40,5$ et d'écart type 12.
   (a) Calculer la probabilité que le client demandeur d'un prêt soit d'un âge compris entre 30 et 35 ans.
   (b) Calculer la probabilité que le client n'ait pas demandé un prêt immobilier avant 55 ans.
2. Dans un slogan publicitaire, la banque affirme que 75 % des demandes de prêts immobiliers sont acceptées.
   Soit F la variable aléatoire qui, à tout échantillon de 1 000 demandes choisies au hasard et de façon indépendante, associe la fréquence de demandes de prêt immobilier acceptées.
   (a) Donner un intervalle de fluctuation asymptotique au seuil de 95 % de la fréquence de prêts acceptés par la banque.
   (b) Dans une agence de cette banque, on a observé que, sur les 1 000 dernières demandes effectuées, 600 demandes ont été acceptées.
   Énoncer une règle de décision permettant de valider ou non le slogan publicitaire de la banque, au niveau de confiance 95 %.
   (c) Que peut-on penser du slogan publicitaire de la banque ?

retour au tableau

47. Liban 2013

Un propriétaire d'une salle louant des terrains de squash s'interroge sur le taux d'occupation de ses terrains. Sachant que la location d'un terrain dure une heure, il a classé les heures en deux catégories : les heures pleines (soir et week-end) et les heures creuses (le reste de la semaine). Dans le cadre de cette répartition, 70 % des heures sont creuses.
Une étude statistique sur une semaine lui a permis de s'apercevoir que :

- lorsque l'heure est creuse, 20 % des terrains sont occupés ;
- lorsque l'heure est pleine, 90 % des terrains sont occupés.

On choisit un terrain de la salle au hasard. On notera les évènements :

- C : « l'heure est creuse »
- T : « le terrain est occupé »

1. Représenter cette situation par un arbre de probabilités.
2. Déterminer la probabilité que le terrain soit occupé et que l'heure soit creuse.
3. Déterminer la probabilité que le terrain soit occupé.
4. Montrer que la probabilité que l'heure soit pleine, sachant que le terrain est occupé, est égale à $\frac{27}{41}$.

   Dans le but d'inciter ses clients à venir hors des heures de grande fréquentation, le propriétaire a instauré, pour la location d'un terrain, des tarifs différenciés :

   - 10 € pour une heure pleine,
   - 6 € pour une heure creuse.

   On note X la variable aléatoire qui prend pour valeur la recette en euros obtenue grâce à la location d'un terrain de la salle, choisi au hasard. Ainsi, X prend 3 valeurs :

   - 10 lorsque le terrain est occupé et loué en heure pleine,
   - 6 lorsque le terrain est occupé et loué en heure creuse,
   - 0 lorsque le terrain n'est pas occupé.

5. Construire le tableau décrivant la loi de probabilité de X.
6. Déterminer l'espérance de X.
7. La salle comporte 10 terrains et est ouverte 70 heures par semaine.
   Calculer la recette hebdomadaire moyenne de la salle.

retour au tableau

48. Polynésie 2013

Une agence de voyage propose des formules week-end à Londres au départ de Paris pour lesquelles le transport et l'hôtel sont compris. Les clients doivent choisir entre les deux formules : « avion + hôtel » ou « train + hôtel » et peuvent compléter ou non leur formule par une option « visites guidées ».
Une étude a produit les données suivantes :

- 40 % des clients optent pour la formule « avion + hôtel » et les autres pour la formule « train + hôtel » ;
- parmi les clients ayant choisi la formule « train + hôtel », 50 % choisissent aussi l'option « visites guidées » ;
- 12 % des clients ont choisi la formule « avion + hôtel » et l'option « visites guidées ».

On interroge au hasard un client de l'agence ayant souscrit à une formule week-end à Londres. On note :

A l'évènement : le client interrogé a choisi la formule « avion + hôtel » ;

T l'évènement : le client interrogé a choisi la formule « train + hôtel » ;

V l'évènement : le client interrogé a choisi l'option « visites guidées ».

1. (a) Quelle est la probabilité de l'évènement : le client interrogé a choisi la formule « avion + hôtel » et l'option « visites guidées » ?
   (b) Calculer la probabilité $P_A(V)$.
   (c) Représenter cette situation à l'aide d'un arbre pondéré.
2. (a) Montrer que la probabilité pour que le client interrogé ait choisi l'option « visites guidées » est égale à 0,42.
   (b) Calculer la probabilité pour que le client interrogé ait pris l'avion sachant qu'il n'a pas choisi l'option « visites guidées ». Arrondir le résultat au millième.
3. L'agence pratique les prix (par personne) suivants :

Formule « avion + hôtel » : 390 €
Formule « train + hôtel » : 510 €
Option « visites guidées » : 100 €

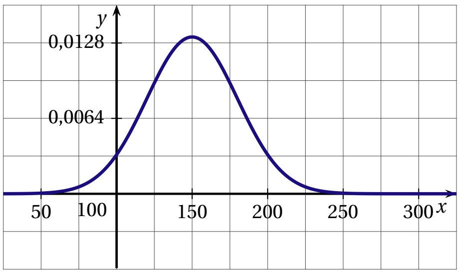
   Quel montant du chiffre d'affaires l'agence de voyage peut-elle espérer obtenir avec 50 clients qui choisissent un week-end à Londres ?

retour au tableau

49. Polynésie 2013 exercice 4

On s'intéresse à une espèce de poissons présente dans deux zones différentes (zone 1 et zone 2) de la planète.

A. Étude de la zone 1

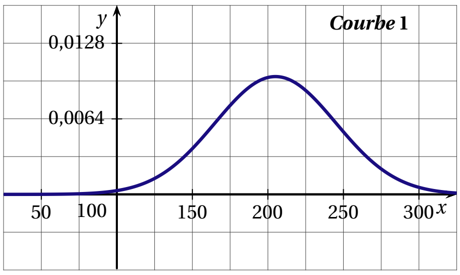


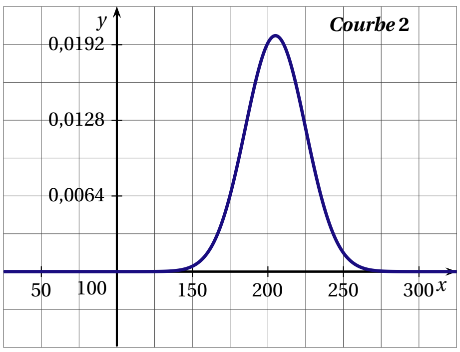
On note X la variable aléatoire qui à chaque poisson observé dans la zone 1 associe sa taille en cm.
Une étude statistique sur ces poissons de la zone 1 a montré que la variable aléatoire X suit une loi normale de moyenne μ et d'écart type $\sigma = 30$. La courbe de la densité de probabilité associée à X est représentée ci-contre.

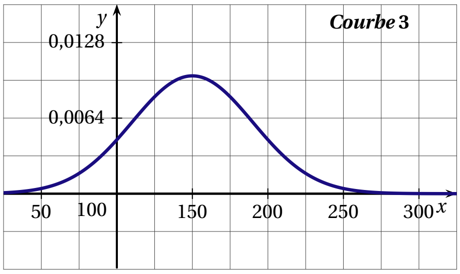
1. Par lecture graphique, donner la valeur de μ.
2. On pêche un de ces poissons dans la zone 1. Donner la probabilité, arrondie à 10^{-2}, d'avoir un poisson dont la taille est comprise entre 150 cm et 210 cm.
3. Un poisson de cette espèce de la zone 1 est considéré comme adulte quand il mesure plus de 120 cm.
   On pêche un poisson de l'espèce considérée dans la zone 1. Donner la probabilité, arrondie à 10^{-2}, de pêcher un poisson adulte.
4. On considère un nombre k strictement plus grand que la valeur moyenne μ.
   Est-il vrai que $P(X < k) < 0,5$? Justifier.

B. Étude de la zone 2

1. Certains poissons de la zone 2 sont atteints d'une maladie. On prélève de façon aléatoire un échantillon de 50 poissons de cette espèce dans la zone 2 et on constate que 15 poissons sont malades.
   (a) Calculer la fréquence f de poissons malades dans l'échantillon.
   (b) Déterminer un intervalle de confiance, au niveau de 95 %, de la proportion p de poissons malades dans toute la zone 2. On arrondira les bornes au millième.
2. Soit Y la variable aléatoire qui, à chaque poisson de l'espèce considérée de la zone 2, associe sa taille en cm. On admet que la variable aléatoire Y suit la loi normale de moyenne $\mu' = 205$ et d'écart type $\sigma' = 40$.
   En comparant avec le graphique de la zone 1 donné à la question 1 qui représente une loi normale d'écart type $\sigma = 30$, dire laquelle des trois courbes ci-dessous représente la densité de probabilité de la variable aléatoire Y. Justifier la réponse.







retour au tableau

50. Antilles 2013

Dans un magasin spécialisé en électroménager et multimédia, le responsable du rayon informatique fait le bilan sur les ventes d'ordinateurs portables, de tablettes, et d'ordinateurs fixes. Pour ces trois types de produit, le rayon informatique propose une extension de garantie.
Le responsable constate que 28 % des acheteurs ont opté pour une tablette, et 48 % pour un ordinateur portable.
Dans cet exercice, on suppose que chaque acheteur achète un unique produit entre tablette, ordinateur portable, ordinateur fixe, et qu'il peut souscrire ou non une extension de garantie.
Parmi les acheteurs ayant acquis une tablette, 5 % ont souscrit une extension de garantie et, parmi ceux ayant acquis un ordinateur fixe, 12,5 % ont souscrit une extension de garantie.

On choisit au hasard un de ces acheteurs.
On note :

T l'évènement « l'acheteur a choisi une tablette » ;

M l'évènement « l'acheteur a choisi un ordinateur portable » ;

F l'évènement « l'acheteur a choisi un ordinateur fixe » ;

G l'évènement « l'acheteur a souscrit une extension de garantie ».

On note aussi $\overline{F}, \overline{M}, \overline{T}, \overline{G}$ les évènements contraires.

1. Construire un arbre pondéré en indiquant les données de l'énoncé.
2. Calculer $P(F)$ la probabilité de l'évènement F, puis $P(F \cap G)$.
3. On sait de plus que 12 % des acheteurs ont choisi un ordinateur portable avec une extension de garantie.
   Déterminer la probabilité qu'un acheteur ayant acquis un ordinateur portable souscrive une extension de garantie.
4. Montrer que $P(G) = 0,164$.
5. Pour tous les appareils, l'extension de garantie est d'un montant de 50 euros. Quelle recette complémentaire peut espérer le responsable du rayon lorsque 1 000 appareils seront vendus ?

retour au tableau

51. Antilles 2013 exercice 4

Les parties A et B sont indépendantes.
Les résultats décimaux seront arrondis au millième pour tout l'exercice.

Partie A

La direction d'une société fabriquant des composants électroniques impose à ses deux sites de production de respecter les proportions ci-dessous en termes de contrat d'embauche du personnel :

— 80 % de CDI (contrat à durée indéterminée)

— 20 % de CDD (contrat à durée déterminée).

On donne la composition du personnel des deux sites dans le tableau suivant :

	CDI	CDD	Effectif total
Site de production A	315	106	421
Site de production B	52	16	68

1. Calculer le pourcentage de CDI sur chaque site de production.
2. Pour une proportion $p = 0,8$, déterminer les intervalles de fluctuation asymptotiques au seuil de 95 % relatifs aux échantillons de taille n, pour $n = 421$ et pour $n = 68$.
3. Comment la direction de la société peut-elle interpréter les intervalles obtenus dans la question précédente ?

Partie B

Dans cette partie, on convient que l'on peut utiliser l'intervalle de fluctuation asymptotique lorsque $n \geqslant 30$, $np \geqslant 5$ *et* $n(1-p) \geqslant 5$, *où* p *désigne la proportion dans une population, et* n *désigne la taille d'un échantillon de cette population.*

La direction de cette même société tolère 7 % de composants défectueux. Le responsable d'un site de production souhaite évaluer si sa chaîne de production respecte cette contrainte de 7 %. Pour cela, il prélève un échantillon de composants électroniques.

1. S'il prélève un échantillon de 50 composants, peut-il utiliser l'intervalle de fluctuation asymptotique au seuil de 95 % ? Expliquer.
2. S'il prélève un échantillon de 100 composants, peut-il utiliser l'intervalle de fluctuation asymptotique au seuil de 95 % ? Expliquer.
3. Le responsable du site de production prélève un échantillon de taille 100, dans lequel 9 composants électroniques s'avèrent défectueux. Comment peut-il interpréter ce résultat ?

retour au tableau

52. Asie 2013

Cet exercice est un QCM (questionnaire à choix multiples). Pour chacune des quatre questions, quatre réponses sont proposées ; une seule de ces réponses convient.
Indiquer sur la copie le numéro de la question et la lettre de la réponse choisie sans justifier le choix effectué.
Une bonne réponse rapporte 1 point. Une réponse fausse, une réponse multiple ou l'absence de réponse ne rapportent ni n'enlèvent aucun point.

1. On choisit au hasard un réel de l'intervalle $[-2;5]$.
   Quelle est la probabilité que ce nombre appartienne à l'intervalle $[-1\,;\,1]$?

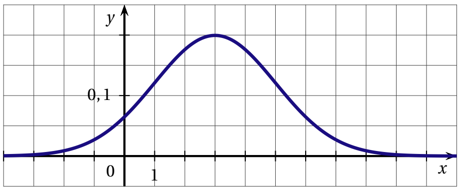
   a. $\dfrac{1}{5}$ **b.** $\dfrac{2}{7}$ **c.** $\dfrac{1}{2}$ **d.** $0,7$

2. Soit X une variable aléatoire qui suit la loi normale de moyenne 3 et d'écart type 2.
   Quelle est la valeur arrondie au centième de la probabilité $P(X \leqslant 1)$?

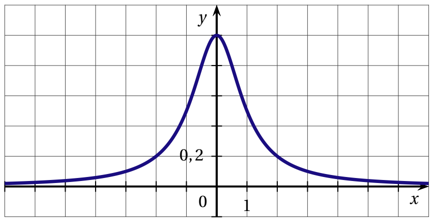
   a. $0,16$ **b.** $0,68$ **c.** $0,95$ **d.** $0,99$

3. Quelle courbe représente la fonction de densité d'une variable aléatoire X qui suit la loi normale $\mathcal{N}(0,\,1)$?

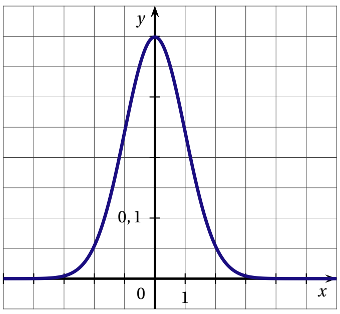
   a.



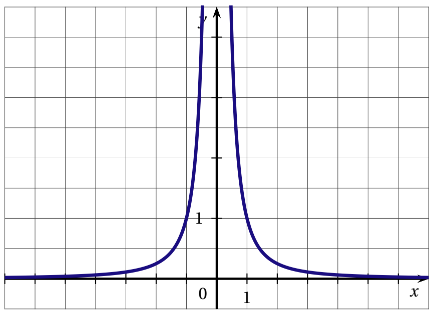
   b.



   c.



   d.



4. Lors d'un sondage avant une élection, on interroge 800 personnes (constituant un échantillon représentatif). 424 d'entre elles déclarent qu'elles voteront pour le candidat H.
   Soit p la proportion d'électeurs de la population qui comptent voter pour H.
   Lequel des intervalles ci-dessous est un intervalle de confiance au niveau de confiance de 95% de la proportion p ?

   a. $[0,46;0,60]$ **b.** $[0,48;0,58]$ **c.** $[0,49;0,57]$ **d.** $[0,51;0,55]$

retour au tableau

53. Asie 2013 exercice 2

Le tableau ci-dessous donne la répartition des élèves de terminale de séries générales selon la série et le sexe, à la rentrée 2010.

	Filles	Garçons
Littéraire (L)	40 872	11 080
Sciences économiques et sociales (ES)	63 472	40 506
Scientifique (S)	71 765	87 031
Total	176 109	138 617

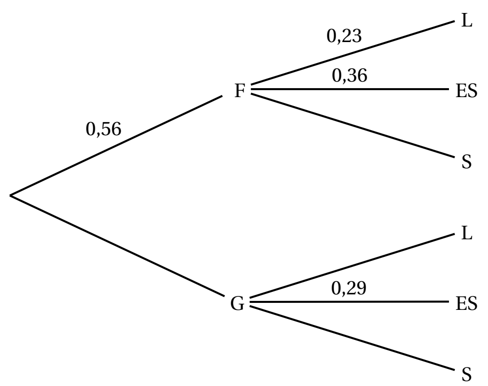
Source : Ministère de l'Éducation nationale, DEPP

Notations :
$p(\text{A})$ désigne la probabilité d'un évènement A.
$p_{\text{A}}(\text{B})$ désigne la probabilité d'un évènement B sachant que l'évènement A est réalisé.

On choisit au hasard un élève de terminale de série générale.
On note :
F : l'évènement « L'élève choisi est une fille ».
G : l'évènement « L'élève choisi est un garçon ».
L : l'évènement « L'élève choisi est en série Littéraire ».
ES : l'évènement « L'élève choisi est en série Sciences Économiques et Sociales ».
S : l'évènement « L'élève choisi est en série Scientifique ».

Tous les résultats seront arrondis au centième.

1. En utilisant les effectifs inscrits dans le tableau :
   (a) Sachant qu'on interroge un garçon, calculer la probabilité qu'il soit en série Littéraire.
   (b) Calculer $p(\text{S})$.
2. Recopier et compléter l'arbre de probabilité ci-dessous :



3. En utilisant l'arbre complété et les propriétés des probabilités :
   (a) Montrer que la probabilité, arrondie au centième, que l'élève choisi soit un élève de la série Sciences Économiques et Sociales est égale à 0,33.
   (b) Calculer $p_{\text{ES}}(\text{F})$.
4. On choisit successivement et au hasard 10 élèves de terminale de série générale. On admet que le nombre de lycéens est suffisamment grand pour que ces choix soient assimilés à des tirages indépendants avec remise.
   Calculer la probabilité de choisir exactement trois élèves de la série ES.

retour au tableau

54. centres étrangers

Une association de consommateurs a fait une enquête sur des ventes de sacs de pommes.
On sait que :

- 15 % des sacs sont vendus directement dans l'exploitation agricole et le reste est vendu dans des supermarchés.
- Parmi les sacs vendus directement dans l'exploitation agricole, 80 % contiennent des pommes de variétés différentes et les autres ne contiennent qu'un seul type de pommes.
- Parmi les sacs vendus dans des supermarchés, 10 % contiennent des pommes de variétés différentes et les autres ne contiennent qu'un seul type de pommes.

On désigne par E l'évènement « les sacs de pommes sont vendus sur l'exploitation » et par V l'évènement « les sacs contiennent des pommes de variétés différentes ».
L'évènement contraire de l'évènement A sera noté $\overline{A}$.
On achète de façon aléatoire un sac de pommes.

1. Traduire les trois données de l'énoncé en termes de probabilités.
2. Construire un arbre pondéré traduisant cette situation.
3. Définir par une phrase l'évènement $E \cap V$ puis calculer sa probabilité.
4. Montrer que la probabilité que le sac acheté contienne des pommes de variétés différentes est égale à 0,205.
5. Le sac acheté contient des pommes d'une seule variété.
   Calculer la probabilité qu'il ait été acheté directement sur l'exploitation agricole, arrondir le résultat à 0,001 près.
6. Des producteurs, interrogés lors de l'enquête, disposent ensemble de 45 000 sacs. Chaque sac, qu'il contienne un seul type de pommes ou des pommes de variétés différentes, est vendu 0,80 euro sur l'exploitation agricole et 3,40 euros dans des supermarchés.
   Calculer le montant total des ventes qu'ils peuvent prévoir.

retour au tableau

55. centres étrangers exercice 4

Tous les jours, Guy joue à un jeu en ligne sur un site, avec trois amis.

1. Paul se connecte sur le site. La durée D (en seconde) qu'il faut pour réunir les quatre joueurs est une variable aléatoire qui suit une loi uniforme sur l'intervalle $[20\ ;\ 120]$.
   (a) Déterminer la probabilité que les quatre joueurs soient réunis au bout de 60 secondes.
   (b) Calculer l'espérance mathématique de D. Interpréter ce résultat.
2. L'équipe est maintenant réunie et la partie peut commencer. La durée J (en minute) d'une partie est une variable aléatoire qui suit la loi normale $\mathcal{N}(120,\ 400)$.
   (a) Déterminer l'espérance et l'écart-type de la variable aléatoire J.
   (b) Montrer l'équivalence :
   $$90 < J < 180 \Leftrightarrow -1,5 < \frac{J-120}{20} < 3$$
   (c) On définit la variable aléatoire X par $X = \dfrac{J-120}{20}$.
   Déterminer la loi suivie par la variable aléatoire X.
   (d) Déterminer la probabilité que la partie dure entre 90 et 180 minutes, à $0,001$ près.

retour au tableau

56. Métropole 2013

Une usine de composants électriques dispose de deux unités de praduction, A et B.
La production journalière de l'usine A est de 600 pièces, celle de l'unité B est de 900 pièces.

On prélève au hasard un composant de la production d'une journée.

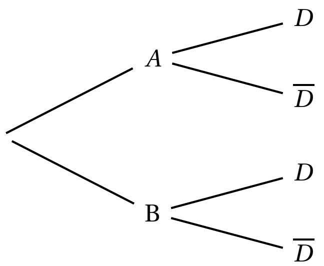
La probabilité qu'un composant présente un défaut de soudure sachant qu'il est produit par l'unité A est égale à $0,014$.
La probabilité qu'un composant présente un défaut de soudure sachant qu'il est produit par l'unité B est égale à $0,024$.
On note :

- D l'évènement : « le composant présente un défaut de soudure »
- A l'évènement : « le composant est produit par l'unité A »
- B l'évènement : « le composant est produit par l'unité B »

On note $p(D)$ la probabilité de l'évènement D et $P_A(D)$ la probabilité de l'évènement D sachant que l'évènement A est réalisé.

Partie A : généralités

1. (a) D'après les données de l'énoncé, préciser $P_A(D)$ et $P_B(D)$.
   (b) Calculer $p(A)$ et $p(B)$.
2. Recopier et compléter l'arbre de probabilités ci-dessous :



3. (a) Calculer $p(A \cap D)$ et $p(B \cap D)$.
   (b) En déduire $p(D)$.
4. On prélève dans la-production totale un composant présentant un défaut de soudure. Quelle est la probabilité qu'il provienne de l'unité A ?

Partie B : contrôle de qualité

On suppose que les composants doivent présenter une résistance globale comprise entre 195 et 205 ohms.
On admet que la variable aléatoire R qui, à un composant prélevé au hasard dans la production, associe sa résistance, suit une loi normale de moyenne $\mu = 200,5$ et d'écart-type $\sigma = 3,5$.
On prélève un composant dans la production.
Les résultats seront arrondis à $0,0001$ *près ; ils pourront être obtenus à l'aide de la calculatrice ou de la table fournie en annexe 1.*

1. Calculer la probabilité p_1 de l'évènement : « La résistance du composant est supérieure à 211 ohms ».
2. Calculer la probabilité p_2 de l'évènement :« La résistance du composant est comprise dans l'intervalle de tolérance indiqué dans l'énoncé ».
3. On prélève au hasard dans la production trois composants. On suppose que les prélèvements sont indépendants l'un de l'autre et que la probabilité qu'un composant soit accepté est égale à $0,84$.
   Déterminer la probabilité p qu'exactement deux des trois composants prélevés soient acceptés.

retour au tableau

57. Métropole dévoilé 2013

Dans cet exercice, sauf indication contraire, les résultats seront donnés sous forme décimale, arrondis éventuellement au millième.

Les parties A et B sont indépendantes.

On s'intéresse à une entreprise chargée de mettre du lait en bouteilles.

Partie A : Étude du processus de mise en bouteille

La bouteille vide arrive sur un tapis roulant et passe successivement dans 2 machines M_1 et M_2. La machine M_1 remplit la bouteille de lait et la machine M_2 met le bouchon.
Une étude statistique portant sur un grand nombre de bouteilles de lait à la fin de la chaîne a permis d'établir que 5 % des bouteilles ne sont pas correctement remplies et que parmi elles 8 % ont un bouchon. D'autre part, 4 % des bouteilles correctement remplies n'ont pas de bouchon.
On choisit une bouteille de lait au hasard à la fin de la chaîne et on note :

- R, l'évènement : « la bouteille est correctement remplie » ;
- B, l'évènement : « la bouteille a un bouchon ».

Rappel des notations :
Si A et B sont deux évènements donnés, $P(A)$ désigne la probabilité que l'évènement A se réalise et $P_B(A)$ désigne la probabilité de l'évènement A sachant que l'évènement B est réalisé.
$\overline{A}$ désigne l'évènement contraire de l'évènement A.

1. Traduire l'énoncé à l'aide d'un arbre pondéré.
2. Déterminer la probabilité que la bouteille soit correctement remplie et qu'elle ait un bouchon.
3. Montrer que la probabilité que la bouteille ait un bouchon est égale à $0,916$.
4. Sachant que la bouteille a un bouchon, déterminer la probabilité qu'elle soit correctement remplie.

Partie B : Production journalière

Une étude sur les dix premières années a montré que la production journalière de bouteilles de lait dans cette entreprise peut être modélisée par une variable aléatoire X qui suit la loi normale de moyenne 2 000 et d'écart type 200.

1. Calculer la probabilité que la production journalière soit comprise entre 1 800 et 2 200 bouteilles.
2. Le service maintenance doit intervenir sur les machines si la production journalière devient inférieure à 1 600 bouteilles. Déterminer la probabilité que le service maintenance intervienne sur les machines.

Rappel :
Si X est une variable aléatoire qui suit la loi normale $\mathcal{N}\left(\mu\,;\,\sigma^2\right)$ alors :

- $P\left(X \in [\mu-\sigma\,;\,\mu+\sigma\right) \approx 0,683$
- $P\left(X \in [\mu-2\sigma\,;\,\mu+2\sigma\right) \approx 0,954$
- $P\left(X \in [\mu-3\sigma\,;\,\mu+3\sigma\right) \approx 0,977$

retour au tableau