Brevet Lille juin 1989

ACTIVITÉS NUMÉRIQUES

Exercice 1

Effectuer les calculs suivants. (On donnera les résultats sous forme d'un entier ou d'une fraction irréductible.)

$$\frac{-\frac{21}{6}}{\frac{18}{7}}\ ; \qquad \frac{5}{21}+\frac{6}{14}+\frac{1}{3}\ ; \qquad \left(3-2\sqrt{5}\right)\left(3+2\sqrt{5}\right).$$

Exercice 2

x étant un nombre réel, on pose

$$A=(3x-4)(x-7)+\left(x^2-14x+49\right).$$

1. Établir que $A=(x-7)(4x-11)$.
2. Résoudre l'équation

$$(3x-4)(x-7)+\left(x^2-14x+49\right)=0.$$

Exercice 3

1. Éric ne possède que des billets de 20 francs et de 50 francs.
   Sachant qu'il utilise 16 billets pour payer exactement 470 francs, combien de billets de chaque sorte donnera-t-il ?
2. Pour 470 francs, Éric a acheté 3 disques compacts et 8 cassettes.
   Sachant que le prix d'une cassette est les $\frac{5}{18}$ de celui d'un disque compact, calculer le prix d'un disque compact et celui d'une cassette.

ACTIVITÉS GÉOMÉTRIQUES

Exercice 1

Le plan est rapporté au repère orthonormé $\left(O,\ \vec{\imath},\ \vec{\jmath}\right)$. Placer les points A, B, C, D et E définis par leurs coordonnées :

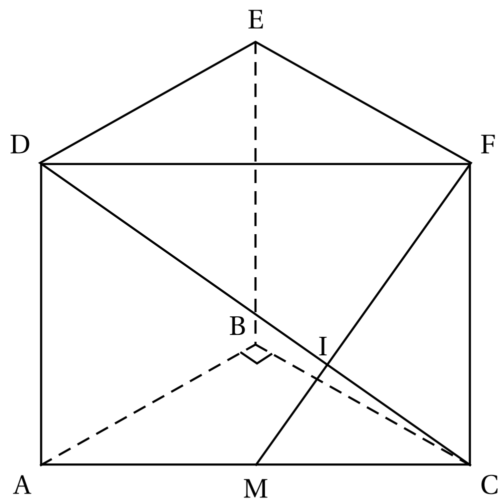
$$A(1\ ;\ -2),\ B(-3\ ;\ -4),\ C(-1\ ;\ 2),\ D(3\ ;\ 2) \text{ et } E(5\ ;\ 0).$$

1. Démontrer que A est le milieu du segment [BE].
2. Démontrer que les vecteurs $\overrightarrow{BC}$ et $\overrightarrow{OC}$ sont orthogonaux.
3. Démontrer que AD = AB.
4. Démontrer que le cercle de diamètre [BE] passe par les points C et D.

Exercice 2

Dans cet exercice, l'unité utilisée est le centimètre.
La figure ci-dessous représente un prisme droit ABCDEF. Le triangle ABC est rectangle isocèle en B ; BA = BC = AD = 5.

1. Justifier que AC = $5\sqrt{2}$.
2. On désigne par M le milieu du segment [AC]. Les droites (DC) et (MF) se coupent en I.
   Dans le triangle ACD, calculer $\tan\widehat{ACD}$.
   Dans le triangle CFM, calculer $\tan\widehat{CFM}$.
   En déduire que $\widehat{ACD} = \widehat{CFM}$.
3. Démontrer que les droites (DC) et (MF) sont perpendiculaires.



PROBLÈME

L'unité utilisée est le centimètre.
On donne un segment [EC] tel que EC = 12 et le point D de ce segment tel que ED = 8.
Soit le rectangle DCBA tel que AD = 6.
La droite (EA) coupe la droite (CB) en M.

1. Calculer EA.
2. Calculer AM et MB.
3. Soit G le symétrique de M par rapport à B et F le symétrique de A par rapport à B.
   Démontrer que AMFG est un losange.
4. Justifier que G est le milieu du segment [BC], puis que $\overrightarrow{GM} = 2\overrightarrow{GB} = \overrightarrow{DA}$.
5. Démontrer que les droites (DG) et (AM) sont parallèles.
6. En déduire que les points D, G et F sont alignés et que G est le milieu du segment [DF].

Figure à compléter :