Brevet Caen juin 1992

PARTIE NUMÉRIQUE

Exercice 1

Calculer les nombres A, B, C et D.
On écrira chaque résultat sous la forme d'une fraction dont le numérateur et le dénominateur sont-des-entiers les plus petits possibles.

$$A = \frac{12}{16} - \frac{10}{15} \qquad B = \frac{5}{4} - \frac{3}{4} \times \frac{8}{9}$$
$$C = \left(\frac{1}{2} - \frac{2}{3}\right) : \left(\frac{2}{3} - \frac{3}{2}\right) \qquad D = \frac{3 \times 10^5 \times 5,4 \times 10^{-3}}{0,9 \times 10^4}$$

Exercice 2

Écrire les nombres E et F sous la forme $a + b\sqrt{c}$ où a, b et c sont des entiers (c le plus petit possible) :

$$E = 2\sqrt{16} - 6\sqrt{7} - \sqrt{81} - \sqrt{700}$$
$$F = \left(2\sqrt{3} + 1\right)^2 - \left(\sqrt{3} + 2\right)\left(\sqrt{3} - 2\right)$$

Exercice 3

On considère l'expression suivante : $G = (2x - 3)^2 - 2(2x + 3)(2x - 3)$.

1. Factoriser G.
2. Résoudre l'équation $(2x - 3)(-2x - 9) = 0$.

Exercice 4

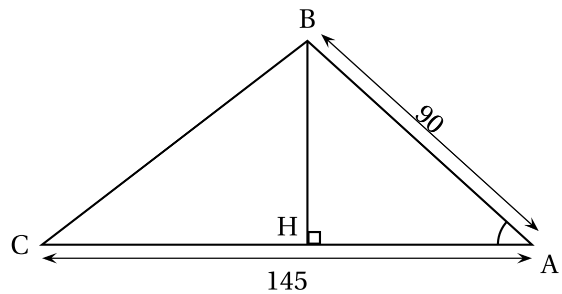
Soit l'inéquation : $-2x + 5 > 0$

1. Sans résoudre l'inéquation, répondre aux questions suivantes :
   - -10 est-il solution ?
   - -4 est-il solution ?
   - 5 est-il solution ?
2. Résoudre l'inéquation : $-2x + 5 > 0$.
   Représenter sur un axe l'ensemble des solutions.
   Placer sur cet axe les points d'abscisses : - 10 ; - 4 ; 5

PARTIE GÉOMÉTRIQUE

Exercice 1

On désire connaître l'aire d'un triangle, dont on donne une représentation ci-dessous.
Les longueurs sont exprimées en mètres.
L'angle $\widehat{\text{BAC}}$ a pour mesure 42°.



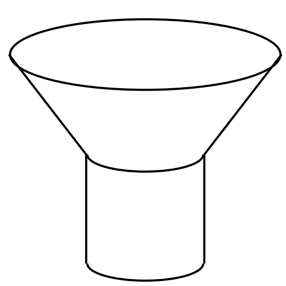
1. Soit H le pied de la hauteur issue du sommet B.
   Déterminer BH (on donnera la valeur arrondie à 10^{-3} près).
2. En déduire l'aire du triangle en m^2 (cette valeur sera arrondie au mètre carré le plus proche).
   On donne :
   $\sin 42° \approx 0{,}669\,13$; $\cos 42° \approx 0{,}743\,14$; $\tan 42° \approx 0{,}900\,40$

Exercice 2

L'unité est le centimètre.
ABC est un triangle rectangle en A tel que : $AC = 4,8$ et $BC = 6$.

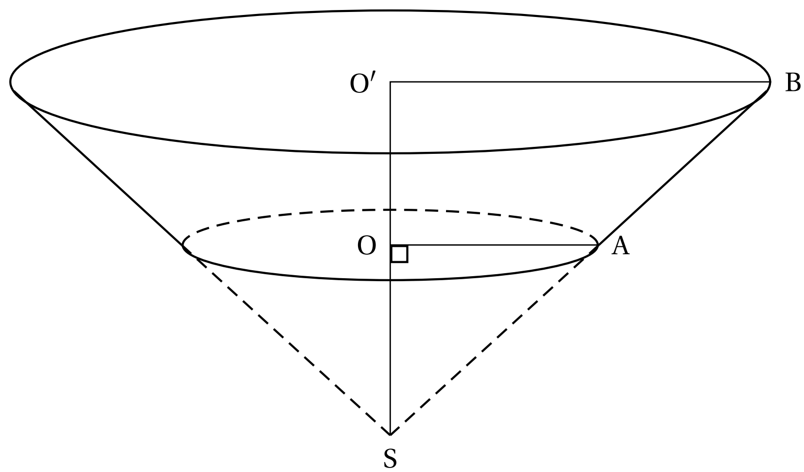
1. Construire, en utilisant la règle et le compas, le triangle ABC (on laissera les traits de construction apparents).
2. Déterminer AB.
3. Soit D le point de [AC] tel que $AD = 1,8$.
   La droite perpendiculaire à la droite (AC) et passant par D, coupe [BC] au point E.
   Déterminer EC et ED.
4. I est le milieu de [BD].
   Calculer EB.
   En déduire que les droites (EI) et (DB) sont perpendiculaires.
5. Calculer l'aire du trapèze ABED.

PROBLÈME



Partie I

Un château d'eau a la forme d'un tronc de cône représenté ci-dessous en trait plein. Précisons qu'un tronc de cône est la partie d'un cône comprise entre sa base et un plan parallèle à cette base.
Dans tout le problème, nous négligerons l'épaisseur des parois.
Nous avons : $OO' = OA = OS = 5$ (mètres).



1. Déterminer O'B.
2. Déterminer le volume du cône $\mathscr{C}$ de sommet S et de base le disque de rayon [OA]. Le résultat sera arrondi au mètre cube.

   Rappelons que le volume d'un cône est donné par la formule suivante :

   $$V = \frac{1}{3} \times \mathscr{B} \times h$$

   où $\mathscr{B}$ représente l'aire de la base et h la hauteur du cône.
3. Soit $\mathscr{C}'$ le cône de sommet S et de base le disque de rayon [O′B].
   En constatant que le cône $\mathscr{C}'$ est un agrandissement du cône $\mathscr{C}$, montrer que le volume de $\mathscr{C}'$ est 8 fois plus grand que le volume de .
   Quel est alors le volume du cône $\mathscr{C}'$?
4. En déduire le volume du château d'eau.
   Vous en donnerez une valeur approchée au mètre cube le plus proche.

Partie II.

Nous considérerons, dans la suite du problème, que, pour des raisons techniques le château d'eau ne peut contenir que 900 m^3 d'eau.
La consommation moyenne en eau des particuliers s'élève à $2,25$ m^3 par minute.
Le château d'eau étant initialement plein, on désire connaître la quantité d'eau restante à chaque instant.

1. Quelle est la quantité d'eau restante au bout de 40 minutes ? au bout de 6 heures ?
2. On désigne par V la quantité d'eau restante au bout de t minutes. Exprimer V en fonction de t.
3. Dans un repère orthogonal, représenter graphiquement V en fonction de t.

   (Utiliser une feuille de papier millimétré. Prendre en abscisse 1 cm pour représenter 20 minutes et en ordonnée 1 cm pour représenter 100 m^3.)

   Limiter le graphique aux valeurs possibles de t et de V.
4. À l'aide d'une lecture graphique, estimer le temps mis (en heures et minutes) pour dépenser 500 m^3 d'eau.

   De même, estimer la quantité d'eau restante dans le réservoir au bout de 1 h 40 min.