Brevet Centres étrangers juin 2000

PARTIE NUMÉRIQUE

Exercice 1

On donne les deux nombres suivants :

$$A = \sqrt{45} - 2\sqrt{5} + \sqrt{500}, \qquad B = \frac{7}{8} - \frac{3}{15} \times \frac{25}{12}.$$

1. Écrire A sous la forme $a\sqrt{b}$, où a et b sont des entiers relatifs, b le plus petit possible.
2. En indiquant les étapes intermédiaires de calcul, écrire B sous la forme d'une fraction irréductible.

Exercice 2

1. Montrer que $\dfrac{36}{47}$ est une fraction irréductible.
2. Montrer que $\dfrac{216}{282}$ est égale à la fraction irréductible $\dfrac{36}{47}$.

Exercice 3

On donne l'expression : $E = (x-2)^2 - 4x(x-2)$.

1. Développer et réduire E.
2. Factoriser E.
3. Résoudre l'équation : $(x-2)(-3x-2) = 0$.

Exercice 4

Un groupe de 32 personnes décide de faire des randonnées à vélo. Afin de mieux connaître la valeur de chacun, il est convenu de faire une première balade de 28 km, chacun roulant à son propre rythme.

1. Louise, qui fait partie du groupe, a mis 1 h 45 pour faire cette balade.
   - **a.** Établir que le temps mis par Louise peut s'écrire 1,75 h.
   - **b.** Calculer la vitesse moyenne de Louise exprimée en kilomètres par heure.
2. Chaque participant ayant calculé sa vitesse moyenne on obtient les résultats reqroupés dans le tableau ci-dessous. Compléter ce tableau.

Vitesse moyenne V (en km/h)	$5 \leqslant V < 10$	$10 \leqslant V \leqslant 15$	$15 \leqslant V < 20$	$20 \leqslant V < 25$	$25 \leqslant V < 30$	$30 \leqslant V < 35$
Effectif	6	10	4	2	8	2
Fréquence (en %)						

3. Le nombre de personnes étant trop important et les vitesses moyennes de chacun trop différentes on décide, pour rendre les sorties plus agréables, de séparer les participants en deux groupes : celui des plus rapides et celui des moins rapides.

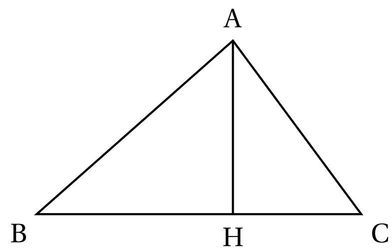
   Les deux groupes ont le même effectif.

   Quelle vitesse fallait-il atteindre ou dépasser lors de la première balade pour faire partie du groupe des plus rapides ?

PARTIE GÉOMÉTRIQUE

Exercice 1

La figure ci-dessous n'est pas en vraie grandeur.



On donne les longueurs suivantes en cm :

BH = 5,8 ; HC = 4,5 ; AC = 7,5 ; AH = 6.

1. En utilisant uniquement une règle graduée et un compas construire cette figure en vraie grandeur (laisser les traits de construction apparents).
2. Démontrer que le triangle ACH est rectangle en H.
3. Calculer l'aire du triangle ABC.
4. Soit M le milieu de [AC] et D le symétrique de H par rapport à M. Placer M et D sur la figure réalisée au 1.

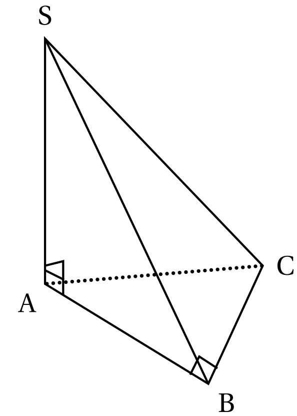
   Démontrer que le quadrilatère ADCH est un rectangle.

Exercice 2

1. Utiliser une feuille de papier millimétrée. Dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J), placer les points : A(−1 ; +3) et B(+3 ; +2).
2. Placer le point C, image du point O par la translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$.
3. Calculer la longueur AB.
4. Placer le point D tel que $\overrightarrow{JD} = \overrightarrow{JA} + \overrightarrow{JB}$. (Aucune explication n'est demandée.)

Exercice 3

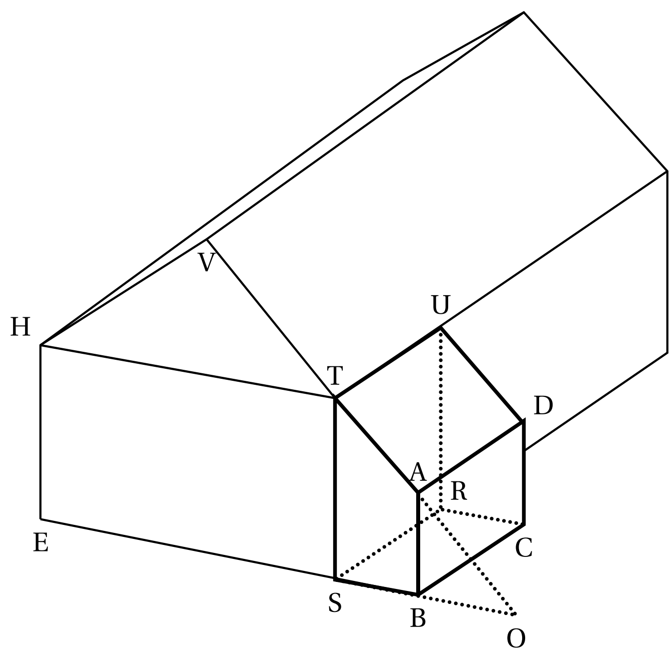
Le dessin ci-contre représente une pyramide SABC de hauteur SA = 5 cm et dont la base est le triangle ABC rectangle en B ;
AB = 4 cm et BC = 3 cm.



1. Calculer l'aire du triangle ABC puis le volume de la pyramide SABC.
2. Dessiner un patron de cette pyramide.

PROBLÈME

Monsieur Ferdinand souhaite construire un appentis pour ranger ses outils. Il a réalisé le dessin ci-dessous.



L'appentis est représenté par le prisme droit ABSTCRUD.
La base de ce prisme est le trapèze rectangle ABST.
Le point O est imaginaire.
Monsieur Ferdinand veut que le toit de l'appentis soit dans le prolongement du toit de sa maison (V, T, A et O alignés).
Les droites (TH) et (EB) sont horizontales donc parallèles.
Les points E, O, B et S sont alignés.
Les dimensions suivantes sont imposées :
ST = 3 m   BC = 2,5 m   l'angle $\widehat{\text{VTH}}$ mesure 40°
Monsieur Ferdinand peut choisir la profondeur SB de son appentis.

Partie A

Dans cette partie, on suppose que la profondeur SB de l'appentis est égale à 1,2 m.

1. Justifier que la mesure de $\widehat{\text{AOB}}$ est égale à 40°.
   En déduire la mesure de l'angle $\widehat{\text{STO}}$.
2. Dessiner à l'échelle 1/50 la face ABST de l'appentis (faire figurer le point 0 sur ce dessin.)
3. On travaille à nouveau avec les dimensions réelles.
   a. Calculer OS et OB (arrondir au cm).
   b. Calculer AB, (si nécessaire arrondir au cm).
   c. Calculer une valeur approchée du volume de l'appentis.

Partie B

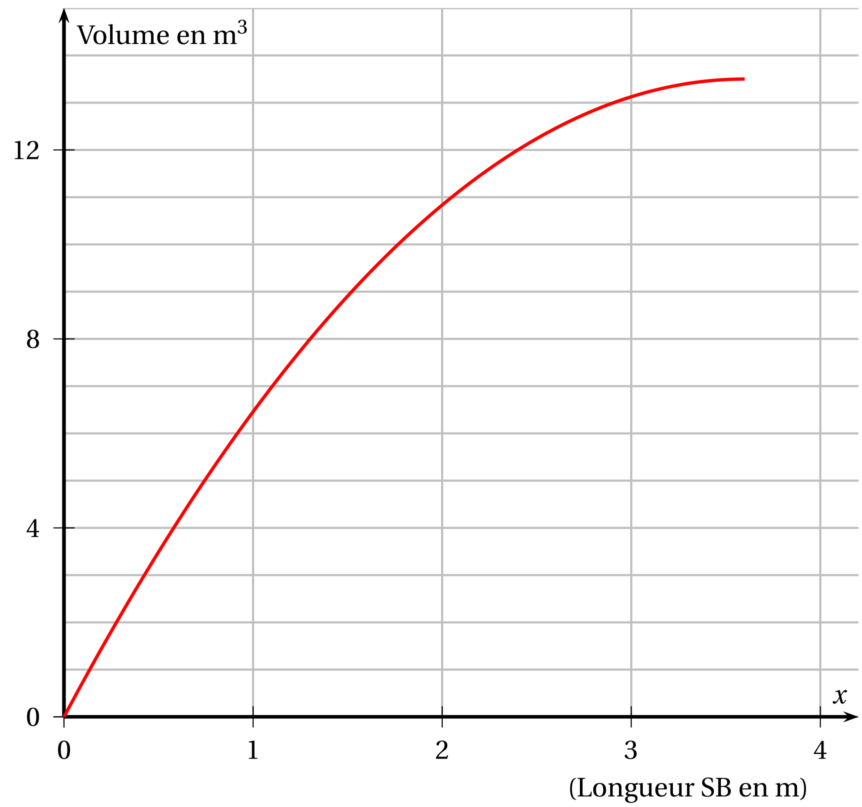
Dans cette partie, on ne connaît pas la profondeur SB de l'appentis. Monsieur Ferdinand désire que :

— le volume de son appentis soit supérieur à 8 m^3 ;

— la hauteur minimale AB de son appentis soit supérieure à 1,60 m.

On désignera par x la longueur de [SB] exprimée en mètres. On utilisera : OS $= 3,6$ m.

1. Exprimer OB en fonction de x.
2. Montrer, en utilisant le théorème de Thalès, que AB $= 3 - \dfrac{x}{1,2}$.
3. Résoudre l'inéquation : $3 - \dfrac{x}{1,2} > 1,6$.
4. Le graphique ci-après représente le volume de l'appentis exprimée en m^3 en fonction des valeurs de x.
   En observant ce graphique donner cinq valeurs de x pour lesquelles le volume de l'appentis est supérieur à 8 m^3.
5. En utilisant les réponses obtenues aux questions 2., 3. et 4. de cette partie B, donner une valeur de SB qui corresponde aux désirs de Monsieur Ferdinand.


Volume en m3
12
8
4
0
0
1
2
3
4
x
(Longueur SB en m)