Brevet Djibouti juin 2000

PARTIE NUMÉRIQUE

Exercice 1

Calculer A et B en faisant apparaître chaque étape de calcul et en donnant les résultats sous la forme de fractions irréductibles.

$$A = 1 - 5 \times \frac{5}{2} \times \frac{4}{15}, \qquad B = \frac{2 - \frac{1}{4}}{2 + \frac{1}{4}}$$

Exercice 2

On rappelle que la notation scientifique d'un nombre décimal est de la forme : $a \times 10^p$, où a est un nombre décimal ayant un seul chiffre différent de zéro à gauche de la virgule et où p est un nombre entier relatif.
Calculer C en faisant apparaître chaque étape de calcul et en donnant le résultat en notation scientifique.

$$C = 7,5 \times 10^9 \times 2 \times 10^{-14}$$

Exercice 3

1. Vérifier que : $\sqrt{48} = 4\sqrt{3}$.
2. Soit : $E = 4\sqrt{48} + 8\sqrt{3}$.
   Écrire E sous la forme $b\sqrt{3}$,où b est un entier.

Exercice 4

Voici un programme de calcul :

- on choisit un nombre
- on lui ajoute 3
- on élève le résultat au carré
- on retranche 25 au nombre obtenu

1. Appliquer ce programme de calcul au nombre 2. Quel nombre obtient-on ?
2. On appelle n le nombre auquel on applique le programme de calcul précédent.
   Exprimer, en fonction de n, le résultat de ce programme de calcul.
   Tester l'expression obtenue en donnant à n la valeur 2.

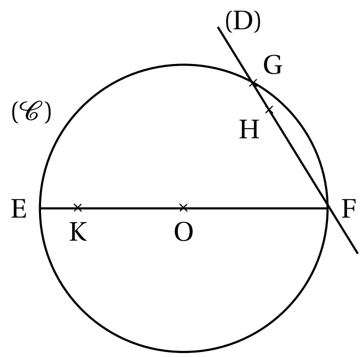
Exercice 5

1. Soit l'expression : $F = (x-7)^2 - 81$.
   a. Développer, puis réduire l'expression F.
   b. Factoriser l'expression F.
2. Résoudre l'équation : $(x+2)(x-16) = 0$.

PARTIE GÉOMÉTRIQUE

Exercice 1

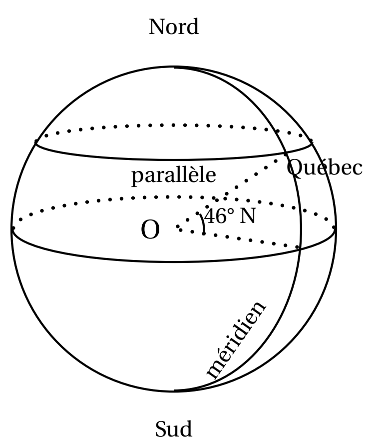
Soit $(\mathscr{C})$ le cercle de centre O dont le diamètre [EF] mesure 10 cm. Une droite (D), passant par le point F, coupe le cercle $(\mathscr{C})$ en un point G tel que : FG = 6 cm.
La figure ci-dessous n'est pas dessinée en vraie grandeur.



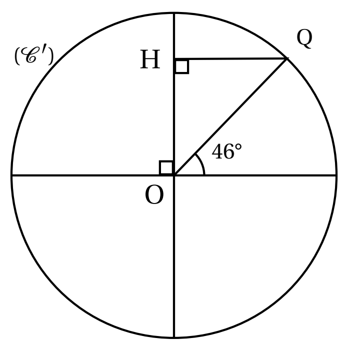
1. Faire une figure en vraie grandeur.
2. **a.** Expliquer pourquoi le triangle EFG est un triangle rectangle en G.
   b. Démontrer : EG = 8 cm.
3. H est le point du segment [FG] tel que : FH = 5,4 cm et K le point du segment [EF] tel que : FK = 9 cm.
   Les droites (EG) et (HK) sont-elles parallèles ? Justifier la réponse donnée.

Exercice 2

On prendra 6 367 km comme valeur approchée du rayon de la sphère terrestre représentée par le dessin ci-dessous.
Sur cette sphère figure la ville de Québec (Canada) dont la longitude est 72° O et la latitude 46° N.



On se place dans la figure ci-dessous qui représente la section de la sphère terrestre par le plan du méridien de longitude 72° O. Ce grand cercle de la sphère est noté ($\mathscr{C}'$) et a donc pour rayon 6 367 km.



1. Établir par un calcul que l'angle $\widehat{QOH}$ mesure 44°.
2. En déduire que l'arrondi au kilomètre du rayon HQ du parallèle de latitude 46° N est 4 423 km.
3. Dans cette question on prendra $3,14$ comme valeur approchée de π.
   En utilisant le résultat de la question précédente, calculer l'arrondi au kilomètre de la longueur du parallèle de latitude 46° N.

PROBLÈME

Une société de location d'avions de tourisme propose à ses clients pour un modèle d'avion donné et pour une journée de location, trois types de tarifs :

Tarif A : 3 000 F l'heure de vol.
Tarif B : Un versement de 10 000 F auquel s'ajoutent 1 750 F par heure de vol.
Tarif C : Un forfait de 41 500 F quel que soit le nombre d'heures de vol effectuées durant la journée.

1. **a.** Recopier et compléter le tableau suivant représentant le coût total de la location de l'avion pour chacun des tarifs lorsque le client utilise :
   - 10 heures de vol dans la journée.
   - 20 heures de vol dans la journée.

	10 heures de vol	20 heures de vol
Tarif A		
Tarif B		
Tarif C		

   b. Préciser lequel des trois tarifs est le plus avantageux pour 10 heures de vol, puis pour 20 heures de vol.

2. Soit x le nombre d'heures de vol effectuées durant la journée.

   Exprimer, en fonction de x, le coût total en francs de la location pour les différents tarifs A, B, C.

3. Sur une feuille de papier millimétré, tracer un repère orthogonal dont l'origine sera placée en bas et à gauche de cette feuille. Dans ce repère :

   - 1 cm représente 2 heures sur l'axe des abscisses ;
   - 1 cm représente 5 000 francs sur l'axe des ordonnées.

   Construire dans ce repère les représentations graphiques limitées aux points dont l'abscisse est positive :

   — de la fonction linéaire qui, à x heures, associe $3\,000x$ (francs) ;
   — de la fonction affine qui, à x heures, associe $1\,750x + 10\,000$ (francs) ;
   — de la fonction affine qui, à x heures, associe $41\,500$ (francs).

4. **a.** Résoudre le système : $\left\{\begin{array}{lcl} y &=& 3\,000x\\ y &=& 1\,750x + 10\,000\end{array}\right.$

   b. Que représente sur le graphique la solution de ce système ?

   c. En utilisant le graphique, répondre à la question suivante : « À partir de combien d'heures de vol dans la journée, le tarif B est-il plus avantageux que le tarif A ? ».

5. **a.** Résoudre l'inéquation : $1\,750x + 10\,000 \geqslant 41\,500$.

   b. En déduire à partir de combien d'heures de vol dans la journée le tarif C est plus avantageux que le tarif B ?

   c. Comment cela se traduit-il sur le graphique ?