∽ Brevet Grenoble septembre 2000 ∾

PARTIE NUMÉRIQUE

Exercice 1

1. Simplifier les fractions suivantes pour les rendre irréductibles

$$\frac{7^2}{7^4} \qquad \frac{10^3-1}{222} \qquad \frac{15+9}{15\times 4}.$$

2. On donne : $A = 5\sqrt{27} - \sqrt{48}$.
   a. Écrire A sous la forme $a\sqrt{b}$, où a et b sont des nombres entiers.
   b. Montrer que A^2 est un nombre entier.

Exercice 2

On donne : $B = (3x-1)^2 - 9$.

1. Développer et réduire B.
2. Factoriser B.
3. Calculer B pour $x = 0$, puis pour $x = \dfrac{1}{3}$.

Exercice 3

En 1990, on a relevé le nombre d'enfants de moins de 25 ans, dans les familles d'une ville de la région Rhône-Alpes.
On a pu dresser le tableau suivant :

Nombre d'enfants	0	1	2	3	4	5
Nombre de familles	280	325	330	115	40	10

1. Calculer le nombre moyen d'enfants dans ces familles.
2. Calculer le pourcentage de familles ayant moins de 3 enfants.
3. Construire un diagramme en bâtons pour représenter cette série statistique.

Exercice 4

Un groupe de 16 personnes décide de déjeuner au self d'une entreprise.
Deux menus sont proposés :

Menu 1 : Repas ordinaire avec plat du jour, à 40 F.

Menu 2 : « Sélection du chef », à 55 F.

Chaque personne choisit un des deux menus.
La dépense globale est 745 F.
Calculer le nombre de personnes ayant pris le menu 1 et le nombre de personnes ayant pris le menu 2.

PARTIE GÉOMÉTRIQUE

Exercice 1

L'unité de longueur est le centimètre.
On considère un cercle de diamètre [AB] et de centre O tel que AB = 6. Soit un point C appartenant au cercle tel que BC = 3, 6.

1. Quelle est la nature du triangle ABC ? Justifier.
2. Démontrer que AC = 4, 8.
3. **a.** Déterminer la valeur exacte de la tangente de l'angle $\widehat{ABC}$.
   b. En déduire la mesure de l'angle $\widehat{ABC}$ (on donnera le résultat arrondi au degré).
   c. Calculer la mesure de l'angle $\widehat{AOC}$.
4. **a.** Construire le point E appartenant au segment [AB], tel que AE = 2.
   b. Construire le point F appartenant au segment [AC], tel que FC = 3, 2.
   c. Démontrer que les droites (EF) et (BC) sont parallèles.

Exercice 2

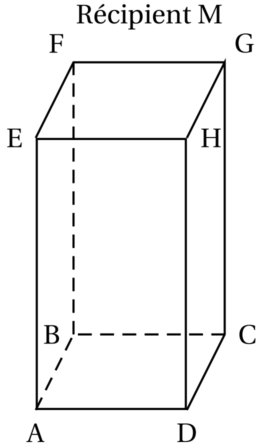
Le plan est rapporté à un repère orthonormé (O, I, J). *L'unité de longueur est le centimètre*

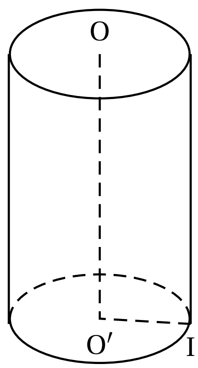
On considère les points A(4 ; 6), B(−2 ; 4), C(−1 ; 1).

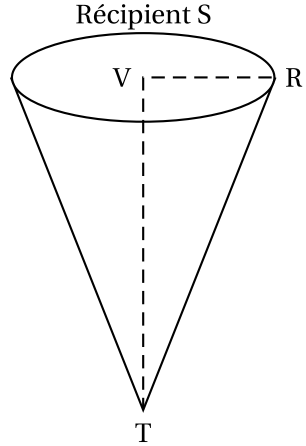
1. Placer les points A, B et C sur une figure.
2. Calculer :
   a. Les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AC}$.
   b. Les coordonnées du milieu M du segment [AC].
   c. La valeur exacte de la longueur du segment [AC].
3. On admet que BA = $\sqrt{40}$ et BC = $\sqrt{10}$.
   Démontrer que le triangle ABC est rectangle. flO.
   a. Construire le point P, symétrique du point A par rapport au point B, et le point S, symétrique du point P par rapport au point C.
   b. Construire la figure F_1 symétrique du triangle ABC par rapport au point B.
   c. Construire la figure F_2 symétrique de la figure F_1 par rapport au point C.
   d. Par quelle transformation peut-on passer du triangle ABC à la figure F_2 ?

PROBLÈME

Trois enfants jouent sur une plage et s'amusent à mettre du sable dans trois récipients.
Martin joue avec le récipient M qui a la forme d'un parallélépipède rectangle de masse 200 grammes.
Paul et Simon jouent respectivement avec le récipient P (de forme cylindrique) et le récipient S (de forme conique).
Les deux récipients P et S ont une masse négligeable.







L'unité de longueur est le centimètre. L'unité de volume est le centimètre cube.
On donne :
AD = 10   OI = 6   VR = 9   DC = 10   OO′ = 18   VT = 21   AE = 18
L'unité de masse est le gramme.
La masse volumique du sable est $1,5$ g.cm^{-3}, ce qui signifie qu'un cm^3 de sable a une masse de 1,5 g.

Première partie

Martin et Paul mettent du sable dans leur récipient jusqu'à une hauteur de 15 cm.

1. **a.** Calculer le volume du sable dans le récipient M.
   b. Calculer la masse du sable dans ce récipient.
   c. En déduire la masse totale de ce récipient.
2. **a.** Calculer le volume du sable dans le récipient P (on arrondira le résultat à 1 cm^3 près).
   b. Calculer la masse totale de ce récipient.

Deuxième partie

Maintenant, Martin et Paul font varier la hauteur x du sable dans leur récipient.

1. **a.** Exprimer, en fonction de x, le volume du sable dans le récipient M.
   b. On note y_M la masse totale du récipient M. Montrer que $y_M = 150x + 200$.

c. On vient ainsi d'exprimer y_M en fonction de x.

A-t-on ainsi défini une fonction linéaire ?

A-t-on ainsi défini une fonction affine ?

Représenter graphiquement cette fonction sur une feuille de papier millimétré (on prendra l'origine du repère en bas et à gauche de la feuille ; on choisira 1 cm pour 1 unité en abscisse et 1 cm pour 100 unités en ordonnée) .

2. On note y_P la masse totale du récipient P.

On admet que $y_P = 170x$. On a ainsi défini une fonction linéaire.

Représenter graphiquement cette fonction sur la feuille de papier millimétré.

3. a. Trouver graphiquement la valeur de x pour laquelle les deux récipients ont la même masse totale (faire apparaître le tracé ayant permis de répondre).

b. Retrouver ce résultat par le calcul.

Troisième partie

1. Calculer le volume du récipient S de Simon (on arrondira le résultat à 1 cm^3 près).

2. Simon met du sable dans son récipient jusqu'à une hauteur de 14 cm. Le sable occupe alors un cône S_1 de hauteur KT = 14.

a. Calculer le rapport $\dfrac{TK}{TV}$.

b. En admettant que le cône S_1 est une réduction du cône S, calculer le volume de S_1 (on donnera le résultat arrondi à 1 cm^3 près).

c. Calculer la masse du sable dans le récipient S.