Brevet Limoges juin 2000

PARTIE NUMÉRIQUE

Exercice 1

1. Calculer le PGCD de 114 400 et 60 775.
2. Expliquer comment, sans utiliser la touche « fraction » d'une calculatrice, rendre irréductible la fraction $\dfrac{60\,775}{114\,400}$.
3. Donner l'écriture simplifiée de $\dfrac{60\,775}{114\,400}$.

Exercice 2

1. Calculer et donner le résultat sous la forme d'une fraction la plus simple possible :

$$A = \frac{4}{3} - \frac{1}{3} \times \left(3 + \frac{1}{2}\right)$$

2. Simplifier B :

$$B = \frac{6 \times 10^{-2} \times 15 \times 10^{7}}{8 \times 10^{2}}$$

3. Écrire le nombre C sous la forme $a + b\sqrt{6}$ où a et b sont des nombres entiers relatifs :

$$C = 3\sqrt{2}\left(\sqrt{3} + 1\right) + \left(\sqrt{2} - 1\right)\left(\sqrt{2} - 2\right)$$

Exercice 3

1. Soit $D = 9x^2 - 1$.
   a. Quelle identité remarquable permet de factoriser D ?
   b. Factoriser D.
2. Soit $E = (3x + 1)^2 + 9x^2 - 1$.
   a. Développer E.
   b. Factoriser E.
   c. Déterminer les solutions de l'équation $6x(3x + 1) = 0$.

PARTIE GÉOMÉTRIQUE

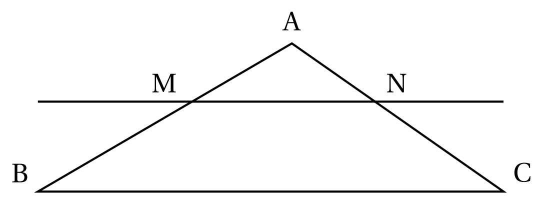
Exercice 1

1. Construire un cercle $\mathscr{C}$ de centre O, de rayon 3 cm.
2. Placer sur $\mathscr{C}$ deux points E et F tels que le triangle OEF soit équilatéral.

3. Tracer la tangente au cercle $\mathscr{C}$ passant par E ; elle coupe (OF) en A.
4. Montrer que OEA est rectangle.
5. Calculer les mesures des angles du triangle AEF.
6. Démontrer que F est le milieu de [OA].
7. Donner les valeurs exactes de $\sin\widehat{\text{A}}$ et $\cos\widehat{\text{A}}$.

Exercice 2

1. Résoudre le système : $\begin{cases} x-3y &= 0 \\ x-y &= 4,5 \end{cases}$
2. Dans le triangle ABC ci-dessous, on donne : AB = 6 cm ; BC = 9 cm.
   M est le point de [AB] tel que AM = 2 cm.
   La droite parallèle à (BC) passant par M coupe [AC] en N.



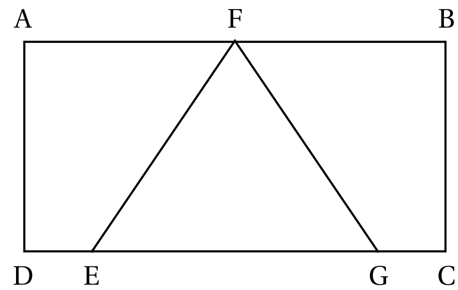
   a. Calculer MN.
   b. Donner la valeur de $\dfrac{\text{AN}}{\text{AC}}$.
3. On suppose que [NC] mesure 4,5 cm et l'on pose AN = y et AC = x.
   a. Établir les égalités : $x - y = 4,5$ et $x - 3y = 0$.
   b. Calculer AN et AC, en utilisant éventuellement les questions 1. et 3. a.

Remarque : les calculs sont possibles même si les questions 1. et 3. a. n'ont pas été traitées.

PROBLÈME

Soit (O, I, J) un repère orthonormal du plan. (Unité : le cm.)

1. On donne la fonction affine f définie par : $x \longmapsto \dfrac{3}{2}x + \dfrac{9}{2}$, et la fonction affine g définie par : $x \longmapsto -3x + 9$.
   a. Calculer $f(0)$; $g(0)$; $f(2)$; $g(2)$.
   b. Quel est le nombre dont l'image par g est 5 ?
   c. Tracer les représentations graphiques (d_1) de f et (d_2) de g.
2. Dans la figure ci-dessous le rectangle ABCD est tel que : AB = 6 cm AD = 3 cm.
   F est le milieu de [AB].
   E et G sont deux points de [DG] tels que DE = GC.
   On pose DE = x.



a. Calculer les aires de EFG, AFED et FBCG lorsque $x = 2$.

b. Les points D, E, G et C doivent rester dans cet ordre ; entre quelles val varie x ?

c. Exprimer, en fonction de x, les aires de EFG, AFED et FBCG.

d. Utiliser la première partie du problème pour déterminer graphiquement pour quelle valeur de x le rectangle est partagé en trois parties égales.

e. Vérifier ce résultat par le calcul.