Brevet Orléans–Tours juin 2000

PARTIE NUMÉRIQUE

Exercice 1

On donne l'expression suivante : $K(x) = (5x-3)^2 + 6(5x-3)$.

1. Développer et réduire l'expression $K(x)$.
2. Calculer $K\left(\sqrt{2}\right)$.

Exercice 2

Le groupe des onze latinistes de la 3^e B du collège a obtenu les notes suivantes à un devoir :

$$7\ ;\ 9\ ;\ 9,5\ ;\ 9,5\ ;\ 10\ ;\ 10\ ;\ 12\ ;\ 14\ ;\ 16\ ;\ 16\ ;\ 19$$

1. Calculer la moyenne du groupe.
2. Déterminer la médiane de cette série.

Exercice 3

On pose $M = \dfrac{20\,755}{9\,488} - \dfrac{3}{8}$.

1. Calculer le plus grand diviseur commun D aux deux nombres 20 755 et 9 488. (On reportera avec soin sur la copie les calculs qui conduisent à D).
2. Écrire en détaillant les calculs, le nombre M sous la forme d'une fraction irréductible.
3. Le nombre M est-il décimal ? Est-il rationnel ? Justifier.

Exercice 4

On pose $N = \sqrt{20} - \sqrt{45} - 7\sqrt{5}$.
Écrire le nombre N sous la forme $p\sqrt{q}$ avec p entier relatif et q entier le plus petit possible.

PARTIE GÉOMÉTRIQUE

Exercice 1

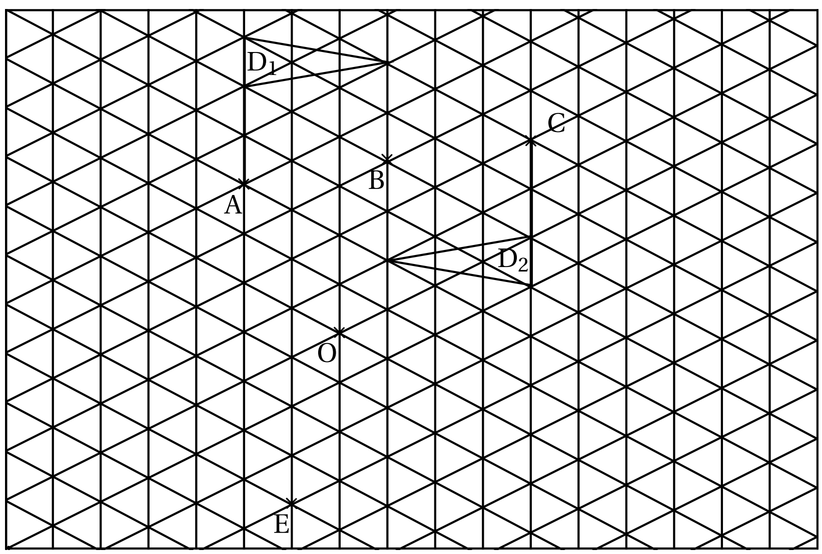
Construire un cercle de centre O et de rayon 5 cm.
Soit [MN] un diamètre et K un point du cercle distinct de M et N.

1. Quelle est la mesure de l'angle $\widehat{\text{MKN}}$? Justifier.
2. Construire la bissectrice de l'angle $\widehat{\text{MKN}}$. Elle recoupe le cercle en P.
   Calculer la mesure de l'angle $\widehat{\text{MOP}}$.
3. Construire le point L, image du point M par la translation qui transforme O en P.
   Quelle est la nature du quadrilatère OMLP ? Justifier.

Exercice 2

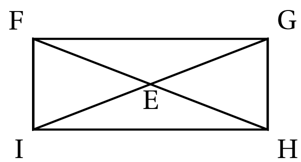
La construction attendue à la question 1. sera effectuée sur la feuille annexe qui sera rendue avec la copie.
Les réponse à la question 2. seront données sur la copie.
La feuille annexe représente un carrelage du plan par des triangles équilatéraux. On y a schématisé deux drapeaux notés D_1 et D_2.

1. Construire le drapeau Δ_2 image du drapeau D_2 par la symétrie centrale de centre O.
2. Indiquer :
   a. Une transformation permettant de passer du drapeau D_1 au drapeau D_2.
   b. Une transformation permettant de passer du drapeau D_1 au drapeau Δ_2.
   On précisera les éléments caractéristiques de ces deux transformations à l'aide de points déjà nommés sur la figure.

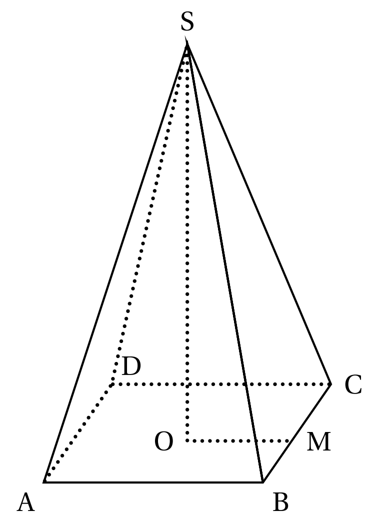


Exercice 3

Répondre sur la feuille annexe déjà utilisée pour l'exercice 2. Attention : le barème de cet exercice sur trois points est le suivant :
1 point pour une réponse exacte, $-0,5$ pour une réponse inexacte, 0 point s'il n'y a pas de réponse.
(La note globale de cet exercice ne pouvant pas être négative)
Pour chaque ligne du tableau ci-après, trois réponses sont proposées, mais une seule est exacte dont vous devez indiquer le numéro dans le tableau au bas de la feuille annexe.

Question	Énoncé	Réponse 1	Réponse 2	Réponse 3
Q	Sachant que les coordonnées de deux points dans un repère sont données par A(1 ; −4) et B (3 ; −6), alors les coordonnées du milieu de [AB] sont :	(4 ; 2)	(2 ; 1)	(1 ; 5)
R	Si on multiplie par $\frac{1}{5}$ les dimensions d'un trapèze, son périmètre est multiplié par :	$\dfrac{4}{5}$	$\dfrac{1}{25}$	$\dfrac{1}{5}$
S	Soit FGHI un rectangle.  alors $\overrightarrow{FG} + \overrightarrow{FI} = \ldots$	$\overrightarrow{FH}$	$\overrightarrow{FE}$	$\overrightarrow{GI}$

PROBLÈME



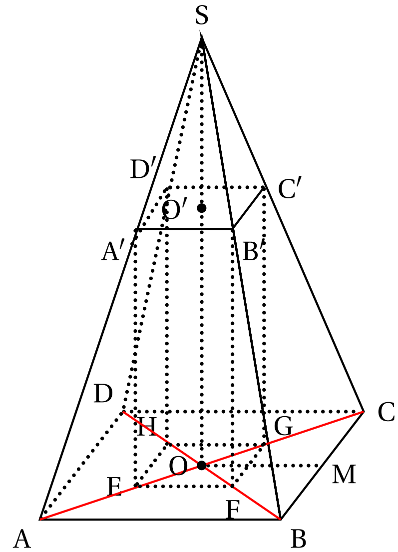
Dans tout ce problème, les figures données ne sont pas à l'échelle.
L'unité de longueur utilisée est le cm, l'unité d'aire est le cm^2 et l'unité de volume le cm^3.
On considère une pyramide régulière à base carrée ABCD et de sommet principal S.
On nomme O le centre du carré ABCD et M le milieu du segment [BC].
On rappelle que le triangle OSM est rectangle en O.
On donne : OS = 12 et AB = 6.

Partie A

1. **a.** En utilisant le triangle ABC démontrer que OM = 3.
   b. Dessiner en dimensions réelles le triangle OSM.
2. Placer sur le segment [OS] un point O′ et sur le segment [SM] le point M′ tel que (O′M′) soit parallèle à (OM).
   a. On pose O'S = x, x désignant un nombre positif inférieur ou égal à 12. Exprimer la longueur OO' en fonction de x.

b. Démontrer que O'M' = 0,25x

Partie B



On coupe la pyramide SABCD précédente par un plan parallèle à la base et passant par le point O′ du segment [OS].
On nomme A′, B′, C′, D′ les intersections respectives des segments [SA], [SB], [SC] et [SD] les intersections respectives avec le plan de coupe.
À partir du carré A′B′C′D′, on construit le parallélépipède A′B′C′D′HGFE tel que le carré EFGH soit dans le plan ABCD.
On pose comme en partie A : O′S = x.

1. Exprimer en fonction de x :

a. La longueur A′B′ (on admettra que A′B′ = 2 O′M′).

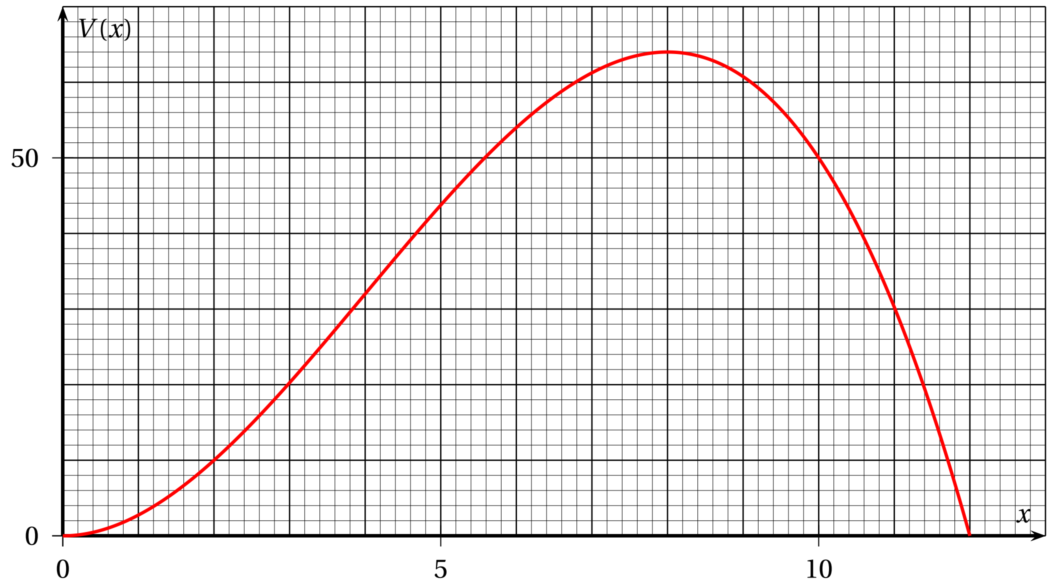
b. L'aire du carré A′B′C′D′.

c. Le volume $V(x)$ du parallélépipède A′B′C′D′HGFE.
(on montrera que $V(x) = 3x^2 - 0,25x^3$).

2. Recopier et compléter le tableau suivant :

x	4	7	10
$V(x)$			

3. On donne ci-dessous la représentation graphique de V dans un repère du plan. ($V(x)$ est l'image de x et se lit en ordonnée comme indiqué sur le graphique)



a. On peut lire sur le graphique deux valeurs de x pour lesquelles $V(x) = 32$.

L'une figure dans le tableau de la question 2 précédente, l'autre sera lue au dixième près sur le graphique. Quelles sont ces deux valeurs ?

b. Même question qu'au **a.** mais avec cette fois $V(x) = 50$.

c. Sur le graphique, on constate et on admettra qu'il existe une valeur a de x pour laquelle le volume du parallélépipède est maximum.

Donner, à l'aide d'une lecture graphique, une valeur approchée de ce volume maximum ainsi qu'une valeur approchée du nombre a.