Btn 2000

Exercice 1 (8 points)

Un hôtel dispose de 40 chambres soit avec bains soit avec douche. Toutes les chambres ne disposent pas de la télévision. La moitié des chambres avec bains ont la télévision. Les deux tiers des chambres sans télévision disposent d'une douche. Il y a un quart des chambres de cet hôtel qui disposent d'une douche mais pas d'une télévision.

1) Compléter le tableau ci-dessous :

	Avec télévision T	Sans télévision $\bar{T}$	Totaux
Avec bain B			
Avec douche D			
Totaux			40

2) Une chambre est choisie au hasard parmi les 40 chambres de l'hôtel. **Toutes les chambres ont la même probabilité d'être choisies**.

   a. On note D l'événement : "la chambre possède une douche".
   Montrer que $P(D) = 0,75$.

   b. Déterminer la probabilité de chacun des événements suivants :
   - T : "la chambre possède la télévision" ;
   - $D \cap T$: "la chambre possède une douche et la télévision".

3) Exprimer par une phrase claire chacun des événements suivants et en déterminer la probabilité :

$\bar{D}$; $\bar{D} \cup T$; $D \cup \bar{T}$; $\bar{D} \cap \bar{T}$.

Pour voir le corrigé de l'exercice 1. cliquez sur le lien : Corrigé exercice 1

Exercice 2 (12 points)

1. **a.** Dans un repère orthonormal où 1 cm représente une unité, construire les droites :

$$D_1 :\ 2x + y = 10$$

$$D_2 :\ 4x + 3y = 50$$

$$D_3 :\ 2x + y = 20$$

On se limitera aux points d'abscisses et d'ordonnées positives.

b. Déterminer par un calcul les coordonnées du point d'intersection **I** de D_2 et D_3.

2. Un restaurateur veut acheter, pour sa salle de restaurant d'une surface de 100 m^2, des tables rondes et des tables carrées. Une table ronde permet de servir 8 couverts, occupe 8 m^2 et coûte 3000 F. Une table carrée permet de servir 4 couverts, occupe 6 m^2 et coûte 1500 F. Le restaurateur dispose d'un budget de 30000 F et veut servir au moins 40 couverts. On note x le nombre de tables rondes et y le nombre de tables carrées qu'il veut acheter.

a. Exprimer, à l'aide d'un système d'inégalités sur x et y, les contraintes imposées par l'énoncé.

b. Déterminer graphiquement l'ensemble $\mathcal{S}$ des points du plan dont les coordonnées (x, y) vérifient le système obtenu (on hachurera la partie du plan qui n'est pas solution).

c. On suppose que les tables sont complètement occupées. Les tables rondes laissent alors chacune un bénéfice de 400 F au restaurateur et les tables carrées chacune un bénéfice de 250 F. Exprimer en fonction de x et y le bénéfice total $B(x, y)$ en F réalisé.

3. **a.** Représenter les ensembles (droites) B_1 et B_2 obtenus pour un bénéfice respectivement de 3500 F et 4500 F.

   b. Peut-on avoir un bénéfice de 6000 F ?

   c. Quel est le bénéfice maximal et quels sont alors les nombres de tables que le restaurateur doit acheter (on justifiera la méthode utilisée) ?

Pour voir le corrigé de l'exercice 2. cliquez sur le lien : Corrigé exercice 2

Corrigé Btn 2000

Exercice 1 (8 points)

1) Il faut bien analyser les données :

	Avec télévision T	Sans télévision $\bar{T}$	Totaux
Avec bain B	5	5	10
Avec douche D	20	10	30
Totaux	25	15	40

Il y a équiprobabilité, les probabilités sont donc obtenues en calculant le rapport :

$$\frac{\text{nombre de cas favorables}}{\text{nombre de cas possibles}}$$

2)

a. $P(D) = \dfrac{30}{40} = 0,75.$

b. $P(T) = \dfrac{25}{40} = \dfrac{5}{8} = 0,625.$

$$P(D \cap T) = \frac{20}{40} = 0,50.$$

3)
- $\bar{D}$: "la chambre n'a pas de douche" et $P(\bar{D}) = \dfrac{10}{40} = 0,25.$
- $\bar{D} \cup T$: "la chambre a un bain ou la télévision"

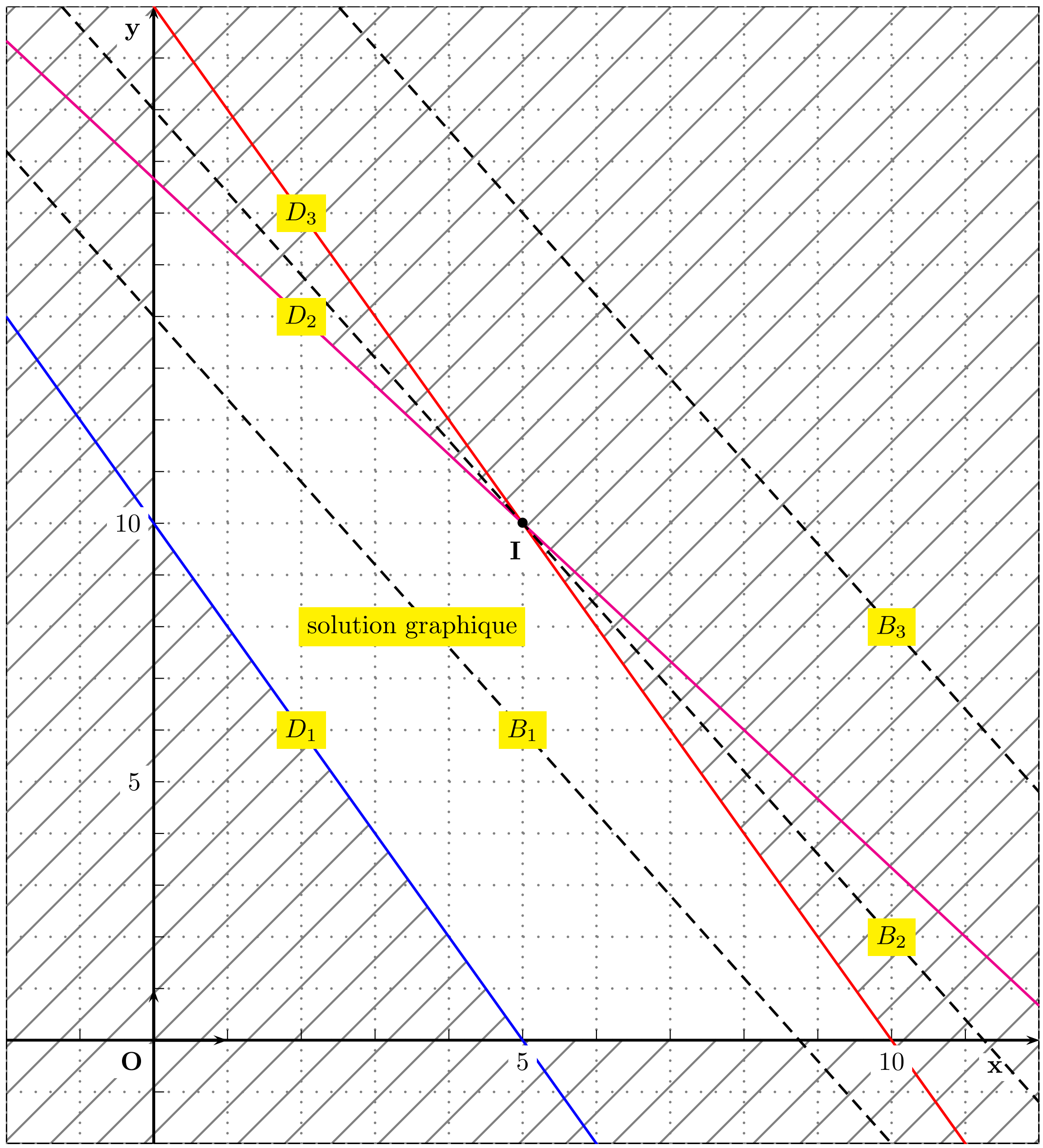
  $$P(\bar{D} \cup T) = \frac{20+5+5}{40} = \frac{3}{4} = 0,75$$
- $D \cup \bar{T}$: "la chambre a une douche ou n'a pas de télévision"

  $$P(D \cup \bar{T}) = \frac{20+10+5}{40} = \frac{7}{8} = 0,875.$$
- $\bar{D} \cap \bar{T}$: "la chambre n'a pas de douche et pas de télévision"

  $$P(\bar{D} \cap \bar{T}) = \frac{5}{40} = \frac{1}{8} = 0,125.$$

Exercice 2

1. **a.** Représentation graphique pour tout l'exercice :



b. Il faut résoudre :

$$(S) \quad \begin{cases} 4x + 3y = 50 & (L_1) \\ 2x + y = 20 & (L_2) \end{cases}$$

Par combinaison $L_1 - 2L_2$ on obtient presque directement la solution :

$$(S) \quad \begin{cases} y = 10 \\ 2x + y = 20 \end{cases}$$

$S = \{(\ 5\ ;\ 10\ )\}$.

2. **a.** Les contraintes de l'énoncé conduisent au système d'inéquations :

$$(S') \quad \begin{cases} 8x + 4y \geqslant 40 \\ 8x + 6y \leqslant 100 \\ 3000x + 1500y \leqslant 30000 \\ x \geqslant 0 \\ y \geqslant 0 \end{cases}$$

on peut simplifier :

$$(S') \quad \begin{cases} 2x + y \geqslant 10 \\ 4x + 3y \leqslant 50 \\ 2x + y \leqslant 20 \\ x \geqslant 0 \\ y \geqslant 0 \end{cases}$$

b. Les méthodes d'analyse des demi-plans conduisent à hachurer comme le montre la figure ci-dessus.

c. Le bénéfice en fonction de x et y est :

$$B(x, y) = 400x + 250y$$

3. **a.** $400x + 250y = 3500$ se simplifie : $8x + 5y = 70$. C'est l'équation d'une droite B_1 passant par :$(5; 6)$ et $(0; 14)$.
$400x + 250y = 4500$ se simplifie : $8x + 5y = 90$. C'est l'équation d'une droite B_2 passant par :$(5; 10)$ et $(0; 18)$.

b. Un bénéfice de 6000 F correspond à la droite B_3 : $8x + 5y = 120$. Il est impossible (voir graphique).

c. Les droites B_1 , B_2 et B_3 sont parallèles et la position maximale est celle de B_2 passant par **I** : il faut donc acheter $x = 5$ et $y = 10$ tables de chaque sorte pour un bénéfice de :$400 \times 5 + 250 \times 10 = 4500$ F.