Btn 2005

Exercice 1 (8 points)

Un restaurateur a fait une étude statistique sur 8 000 clients ayant séjourné dans son restaurant et ayant choisi l'une des trois formules proposées :

- Formule F_1 : buffet et dessert
- Formule F_2 : buffet et plat
- Formule F_3 : plat et dessert

Il constate que :

- 4 500 clients sont des femmes,
- 43 % des femmes ont choisi F_1,
- 1 575 femmes ont choisi F_2,
- 3 clients sur 10 ont choisi F_3,
- 32 % des clients ont choisi F_1.

1. Reproduire et compléter le tableau :

	F_1	F_2	F_3	Total
Femmes				
Hommes				
Total				8 000

2. On sélectionne un client au hasard. Déterminer les probabilités des évènements suivants (arrondies à 10^{-2} près.
A : le client a choisi F_2,
B : le client est une femme,
C : le client est un homme qui a choisi F_1.

3. Définir par une phrase, puis déterminer les probabilités des évènements :

$$A \cap B\,;\; A \cup B\,;\; \overline{A}$$

4. On sélectionne une femme au hasard.
Déterminer la probabilité de l'évènement D : la cliente a choisi une formule comprenant un plat.

Pour voir le corrigé de l'exercice 1. cliquez sur le lien : Corrigé exercice 1

Exercice 2 (12 points)

Partie A

On considère les deux fonctions U et C définies sur $[\ 10\ ;\ 80\ ]$ par $U(x) = 0,4\ x^2 + 1$ et $C(x) = \ln(0,4\ x^2 + 1)$ où ln désigne la fonction logarithme népérien.

1. **a.** Calculer la dérivée U' de la fonction U.

b. En déduire que pour tout $x \in [\ 10\ ;\ 80\ ]$, $C'(x) = \dfrac{0,8\ x}{0,4\ x^2 + 1}$.

2. Etudier sur $[\ 10\ ;\ 80\ ]$ le signe de $C'(x)$. En déduire le tableau de variations de la fonction C.

3. Recopier et compléter le tableau de valeurs suivant en donnant les résultats arrondis à 10^{-1} près.

x	10	15	20	25	30	40	60	80
$C(x)$								7,8

4. **a.** On munit le plan d'un repère orthogonal : 1 cm pour 5 unités sur l'axe des abscisse et 1 cm pour 1 unité sur l'axe des ordonnées.
   Tracer dans ce repère la courbe représentative Γ de la fonction C.

   b. Dans le même repère, tracer la droite Δ d'équation $y = 7,5$.

Partie B

Un industriel envisage la production de 10 à 80 fauteuils pour un hôtel. Le coût de production de x fauteuils est égal, **en dizaines de milliers d'** , à $C(x) = \ln(0,4\,x^2 + 1)$ pour x compris entre 10 et 80.

1. Déterminer, à l'aide du graphique précédent, le nombre maximum de fauteuils que l'industriel peut produire avec un budget de 75 000 . **Justifier**.
2. Le prix de vente à l'hôtel d'un fauteuil est de 1 500 .

   a. Donner l'expression $R(x)$ du chiffre d'affaires de l'industriel exprimé en dizaines de milliers d' .

   b. Représenter la fonction R définie sur $[\ 10\ ;\ 80\ ]$ par : $R(x) = 0,15\,x$ dans le même repère que précédemment.

   c. L'hôtel passe une commande de 40 fauteuils. Est-ce rentable pour l'industriel ? Justifier par un calcul puis graphiquement (on tracera les pointillés utiles).

   d. Quel est le nombre minimal de fauteuils à vendre pour que l'opération soit rentable pour l'industriel ? Justifier.

Pour voir le corrigé de l'exercice 2. cliquez sur le lien : Corrigé exercice 2

Corrigé Btn 2005

Exercice 1

1. On obtient le tableau :

	F_1	F_2	F_3	Total
Femmes	1935	1575	990	4500
Hommes	625	1465	1410	3500
Total	2560	3040	2400	8 000

2. P(A)$= \dfrac{3040}{8000} = 0,38$

P(B)$= \dfrac{4500}{8000} \approx 0,56$

P(C)$= \dfrac{625}{8000} \approx 0,08$

3. Pour les définitions, voir le cours. $\mathrm{P(A \cap B)} = \dfrac{1575}{8000} \approx 0,20$; $\mathrm{P(A \cup B)} = \dfrac{1935 + 1575 + 990 + 1465}{8000} \approx 0,75$;
$\mathrm{P(\overline{A})} = 1 - \mathrm{P(A)} = 0,72$.

4. $\mathrm{P(D)} = \dfrac{1575 + 990}{4500} = 0,57$.

Exercice 2

Partie A

1. a.

$$U'(x) = 0,8\ x$$

b. On sait que : $(\ln u)' = \dfrac{u'}{u}$ donc :

$$C'(x) = \frac{0,8\ x}{0,4x^2 + 1}$$

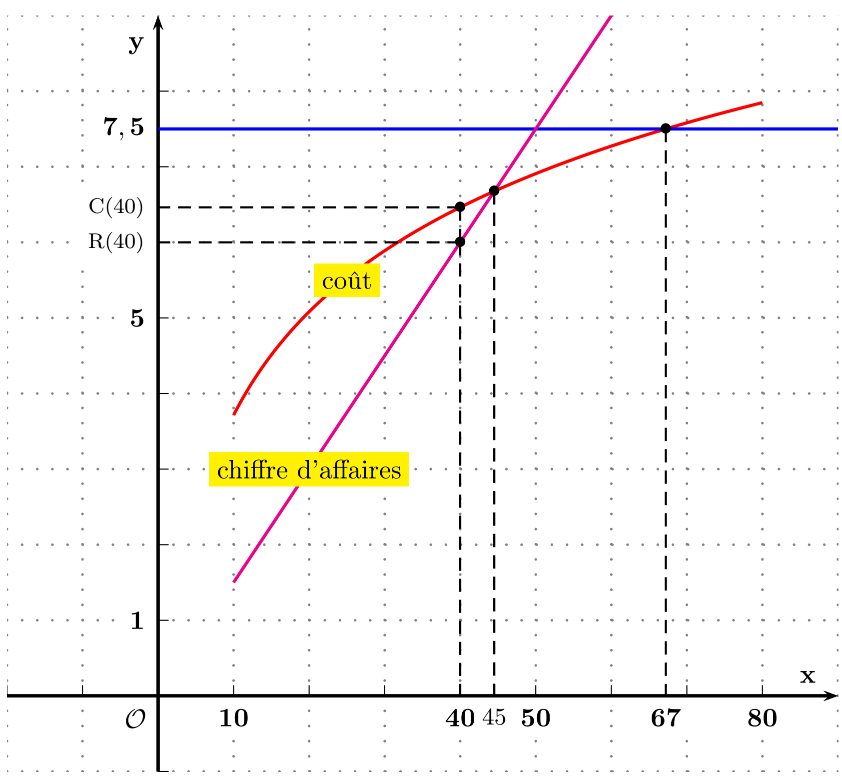
2. $C'(x)$ est clairement positive sur l'intervalle. On en déduit :

x	10	80
$f'(x)$	+	
$f(x)$	$\approx 3,7$ ↗	$\approx 7,8$

3. Le tableau de valeurs :

x	10	15	20	25	30	40	60	80
$C(x)$	3,7	4,5	5,1	5,5	5,9	6,5	7,3	7,8

4. Représentation graphique :



Partie B

1. Graphiquement, la courbe de coût doit rester « en dessous » de la droite $y = 7,5$. On peut produire au maximum 67 fauteuils.

2. **a.**

$$R(x) = 0,15x$$

b. Voir graphique.

c. $R(40) = 6$ et $C(40) \approx 6,46$. On a :$R(40) < C(40)$. Ce n'est pas rentable, ce que le graphique confirme : pour $x = 40$ la courbe de coût est « au dessus » de la droite de chiffre d'affaires.

d. Graphiquement, le seuil de rentabilité est environ de 45 fauteuils : pour $x \approx 45$, la droite de chiffre d'affaires passe « au dessus » de la courbe de coût.