

# La chasse aux canards

Pol Le Gall

Cette activité se situe en seconde, elle permet une alternative aux classiques lancers de dés ou de pièces pour introduire les notions de fluctuation et d'échantillonnage.

Elle a été expérimentée dans de nombreuses classes. L'exploitation informatique peut être effectuée sur calculatrice, elle est ici présentée sur tableur (Excel en l'occurrence).

## Première phase : simulation dans la classe

Le professeur présente la situation :

5 chasseurs tirent sur 5 canards numérotés de 1 à 5. Les chasseurs ne se concertent pas, mais ils touchent leur cible à tout coup. Ils tirent chacun un coup de feu.

Quel sera en moyenne le nombre de canards survivants ?

Il constitue des groupes de cinq chasseurs parmi les élèves. A un signal donné, chaque élève écrit le numéro (1, 2, 3, 4, ou 5) du canard qu'il vise sur son cahier. Puis chaque groupe regarde combien de canards ont été tués dans le groupe et donc combien il y a de canards survivants.

Le professeur collecte les résultats. Puis l'expérience est répétée.

Souvent, il apparaît que les canards numéros 1 et 5 sont peu touchés lors de la première salve et criblés de balles lors de la deuxième. Un débat peut alors s'installer : « On a vu qu'on avait tous tiré sur le 3, pour compenser on a tous évité de lui tirer dessus... » « Comment tirer vraiment au hasard ? ».

Le professeur peut alors proposer ou faire proposer des techniques garantissant davantage d'aléatoire : tirage d'un billet dans un chapeau, utilisation de la calculatrice...

Après trois ou quatre carnages de canards, la classe aura recueilli une bonne vingtaine de données et on peut calculer la moyenne de celles-ci.

Le professeur amène alors la question du crédit que l'on peut porter à cette valeur moyenne : « Si nous refaisons la même expérience autant de fois, est-ce que nous aurions la même moyenne ? » « Si nous faisons l'expérience mille fois, est-ce que la moyenne obtenue aurait davantage de signification ? »...

On peut éventuellement répondre à la première question en ré effectuant l'expérience mais pour la deuxième question, il va falloir utiliser une calculatrice ou un tableur.

## Deuxième phase : programmation du tableur

On va programmer la ligne 2, puis on recopiera cette ligne jusqu'à la ligne 1001 afin de disposer d'une collection de 1000 expériences.

On désactive la fonction de calcul automatique du tableur en cochant « calcul sur ordre » dans le menu OUTILS/OPTIONS/CALCUL.

Dans les colonnes A à E, on va indiquer les tirs des chasseurs.

De A1 à E1, on entre : chasseur 1, chasseur 2, ... chasseur 5.

En A2, on entre donc :  
 $=ENT(ALEA())\times 5+1$

On recopie cette cellule jusqu'en E1.

On obtient ainsi une série de 5 numéros qui sont ceux des canards touchés dans cette première salve.

	A	B	C	D	E
1	chasseur 1	chasseur 2	chasseur 3	chasseur 4	chasseur 5
2	2	1	2	4	2

On entre ensuite de F1 à J1 : canard 1, ... canard 5.

## Partageons nos expériences

Dans les cinq colonnes suivantes, on indique le nombre de coups reçus par chaque canard.

En F2, on compte le nombre de 1 figurant dans les cellules de A2 à E2 : =NB.SI(A2 :E2 ;1).

En G2, de même, on compte les tirs sur le canard 2 : =NB.SI(A2 :E2 ;2).

Et ainsi de suite jusqu'en J2.

On obtient donc, par exemple :

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	chasseur 1	chasseur 2	chasseur 3	chasseur 4	chasseur 5	canard 1	canard 2	canard 3	canard 4	canard 5
2	2	1	2	4	2	1	3	0	1	0

Il faut maintenant compter les survivants, c'est à dire le nombre de 0 dans la plage F2:J2, on se place en K2 : =NB.SI(F2:J2;0)

Il suffit ensuite de sélectionner la plage A2:K2, puis de la recopier vers le bas jusqu'à la ligne 1001.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1	chasseur 1	chasseur 2	chasseur 3	chasseur 4	chasseur 5	canard 1	canard 2	canard 3	canard 4	canard 5	canards sauvés
2	2	1	2	4	2	1	3	0	1	0	2
3	3	5	4	2	4	0	1	1	2	1	1
4	2	5	1	2	3	1	2	1	0	1	1
5	2	1	5	4	5	1	1	0	1	2	1
6	3	2	2	2	3	0	3	2	0	0	3
7	5	3	4	4	2	0	1	1	2	1	1
8	5	5	4	3	5	0	0	1	1	3	2
9	2	2	2	4	1	1	3	0	1	0	2
10	2	5	3	3	4	0	1	2	1	1	1
11	4	2	2	5	1	1	2	0	1	1	1

En L2 on entre : =MOYENNE(K2:K101)

En L3, on entre : =MOYENNE(K102:K201)

Et ainsi de suite jusqu'en L11 : =MOYENNE(K902:K1001)

Autrement dit on calcule le nombre moyen de survivants dans chaque série de 100 salves

Dans la colonne M, on va calculer la moyenne cumulée sur 100, 200, 300.. 1000 salves.

Pour cela on rentre en M2 : =MOYENNE(L\$2:L2) et on recopie cette cellule jusqu'en M11.

Enfin, de N2 à N11 on copie la valeur théorique : environ 1,6384. ( $4^5/5^4$ )

Le professeur peut choisir de donner cette valeur théorique ou non.

Voici comment on peut l'obtenir :

Soit  $E$  l'espérance de la variable aléatoire « nombre de canards survivants » et soit  $p$  la probabilité de survie d'un canard donné. Les canards ont tous les 5 la même chance de survie, donc

$$p = \frac{E}{5}$$

On peut également calculer  $p$  en considérant qu'un canard donné a une probabilité de  $\frac{4}{5}$  d'être épargné par un

chasseur donné, donc une probabilité de

$$\left(\frac{4}{5}\right)^5 \text{ d'être épargné par les 5.}$$

De l'égalité des deux expressions de  $p$  on tire la valeur de  $E$ .

### Remarque :

Si on étend le cas à  $n$  chasseurs et  $n$  canards, l'espérance du nombre de

canards survivants devient  $\frac{(n-1)^n}{n^{n-1}}$ ,

donc la proportion du nombre de

survivants tend vers  $\left(\frac{n-1}{n}\right)^n = \left(1 - \frac{1}{n}\right)^n$ .

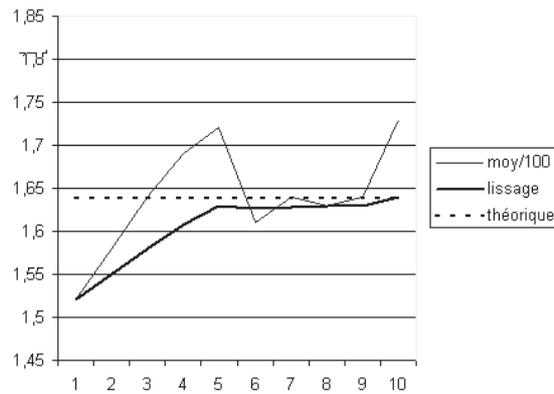
Or cette expression converge vers  $\frac{1}{e}$

assez rapidement. On constate donc que la proportion de canards survivants ne dépend guère du nombre  $n$ . Ce constat peut faire l'objet d'un prolongement de l'activité, ou d'une étude dans une classe ultérieure.

On a alors, dans la plage L1:N10, un tableau du genre :

L	M	N
moy/100	lissage	théorique
1,52	1,52	1,6384
1,58	1,55	1,6384
1,64	1,58	1,6384
1,69	1,6075	1,6384
1,72	1,63	1,6384
1,61	1,62666667	1,6384
1,64	1,62857143	1,6384
1,63	1,62875	1,6384
1,64	1,63	1,6384
1,73	1,64	1,6384

On obtient (après quelques fignolages graphiques) :



On sélectionne cette plage et on lance l'assistant graphique, en cliquant sur le bouton .

L'écran de l'assistant s'affiche, sélectionner « courbes », puis la première option en haut à gauche parmi les différents types de courbes proposées. Cliquer sur « Terminer ».

Il suffit ensuite d'appuyer sur F9 pour que « tout bouge ». On constate ainsi que la fluctuation de la moyenne sur des échantillons de 100 expériences est assez importante, mais que la moyenne lissée, c'est-à-dire la moyenne de la série des moyennes des échantillons, en revanche, se rapproche toujours de la valeur théorique.

