Baccalauréat STG CGRH Polynésie septembre 2008 correction

La calculatrice est autorisée.

Exercice 1 — 5 points

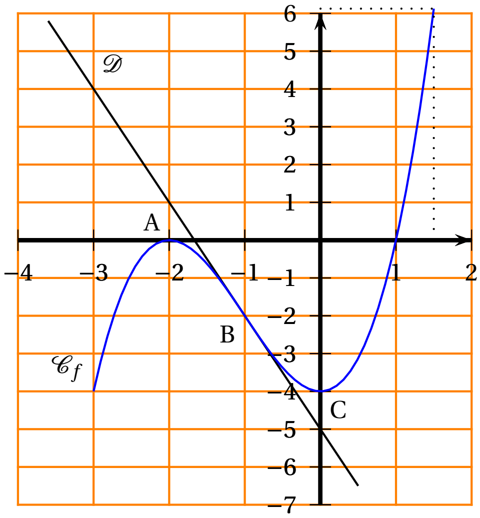
Pour chacune des quatre questions de ce QCM, une seule des trois propositions est exacte.
Le candidat indiquera sur sa copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.
Une réponse exacte vaut 1 *point. Une réponse inexacte enlève* 0,5 *point. L'absence de réponse n'apporte ni n'enlève aucun point. Si le total des points est négatif, la note de l'exercice est ramenée à* 0.

On donne $\mathscr{C}_f$ la représentation graphique d'une fonction f définie et dérivable sur l'intervalle $\left[-3\,;\,\frac{3}{2}\right]$.

$\mathscr{C}_f$ admet une tangente horizontale aux points A(−2 ; 0) et C(0 ; −4).

$\mathscr{D}$ est la tangente à $\mathscr{C}_f$ au point B(−1 ; −2).

$\mathscr{D}$ passe par le point de coordonnées (0 ; −5).



1. Le nombre de solutions sur l'intervalle $\left[-3\,;\,\frac{3}{2}\right]$ de l'équation $f(x) = 0$ est :

a. ~~1~~ $\qquad$ $\boxed{\textbf{b.}\ 2}$ $\qquad$ **c.** ~~3~~

remarque : 2 car il n'est pas tenu compte que −2 est une racine double.

2. Les solutions sur l'intervalle $\left[-3\,;\,\frac{3}{2}\right]$ de l'équation $f'(x) = 0$ sont :

a. ~~−2 et 1~~ $\qquad$ $\boxed{\textbf{b.}\ -2 \text{ et } 0}$ $\qquad$ **c.** ~~−3 et 0~~ .

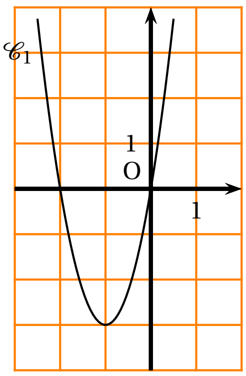
3. Le nombre dérivé $f'(-1)$ est égal à :

a. ~~1,5~~ $\qquad$ **b.** ~~−2~~ $\qquad$ $\boxed{\textbf{c.}\ -3}$

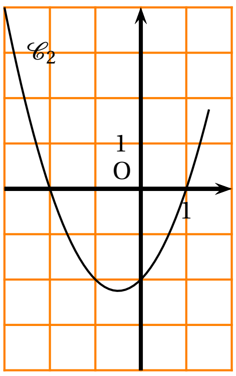
4. Une équation de la droite $\mathscr{D}$ est :

a. $\cancel{y = -3x}$ $\qquad$ $\boxed{\textbf{b.}\ y = -3x - 5}$ $\qquad$ **c.** $\cancel{y = -2x - 5}$.

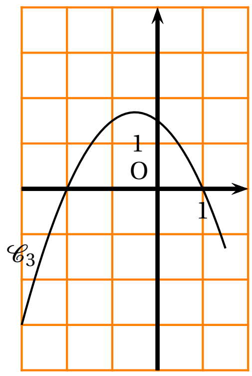
5. La représentation graphique de la fonction dérivée f' de la fonction f est :



$\boxed{\textbf{a.}}$



~~**b.**~~



~~**c.**~~

EXERCICE 2 **7 points**

Le tableau ci-dessous donne le nombre d'habitants en France, exprimé en millions.

Année	1985	1990	1995	2000	2005
Nombre d'habitants (en millions)	56,6	58,2	59,4	60,8	62,8

(Source INSEE)

Partie A

1. Calculons le taux d'évolution du nombre d'habitants de 1985 à 2005.

Le taux d'évolution t est défini par $t = \dfrac{\text{valeur finale} - \text{valeur initiale}}{\text{valeur initiale}}$. $t = \dfrac{62{,}8 - 56{,}6}{56{,}6} \approx 0{,}1095$

Le taux d'évolution du nombre d'habitants en France entre 1985 et 2005 est d'environ 10,95 % à 0,01 % près.

2. Déterminons le taux moyen annuel entre 1985 et 2005. En appelant t_m le taux moyen, le coefficient multiplicateur global est aussi $(1 + t_m)^{20}$ puisque le nombre d'habitants a subi 20 évolutions durant cette période.

$(1 + t_m)^{20} = 1{,}1095$ par conséquent $t_m = 1{,}1095^{\frac{1}{20}} - 1 \approx 0{,}00521$.

Le taux d'évolution moyen annuel entre 1985 et 2005 du nombre d'habitants en France est d'environ 0,52 % à 0,01 % près.

3. Calculons une estimation, en millions d'habitants, du nombre d'habitants en 2010 si le taux moyen annuel après 2005 est de 0,5 %. Chaque année le nombre d'habitants est multiplié par 1,005.

Entre 2005 et 2010, il y a cinq évolutions. $62{,}8 \times 1{,}005^5 \approx 64{,}386$. Donc, nous pouvons estimer le nombre d'habitants en France en 2010 à environ 64 millions .

Partie B

1. Le nuage de points $M_i\left(x_i\ ;\ y_i\right)$ associé au tableau ci-dessous est construit dans le repère orthogonal donné en annexe.

Année	1985	1990	1995	2000	2005
Rang de l'année x_i	1	2	3	4	5
Nombre d'habitants (en millions)	56,6	58,2	59,4	60,8	62,8

2. On décide d'ajuster cette série statistique à deux variables par la méthode des moindres carrés.

a. À l'aide de la calculatrice, une équation de la droite $\mathscr{D}$ de régression de y en x est $y = 1{,}5x + 55{,}1$, les coefficients sont donnés à 10^{-1} près.

La droite $\mathscr{D}$ est tracée dans le repère donné en annexe.

b. On suppose que l'évolution de la population active se poursuit selon le modèle donné par la droite d'ajustement obtenue à la question précédente.

Déterminons graphiquement une estimation du nombre d'habitants en 2010. En 2010 le rang est 6 donc lisons l'ordonnée du point de la droite $\mathscr{D}$ d'abscisse 6. Nous trouvons approximativement 64,1. Nous pouvons estimer que le nombre d'habitants en France est d'environ 64,1 millions en 2010.

EXERCICE 3 **8 points**

Anne et Bastien comparent les étrennes qu'ils reçoivent chaque année. En 2000, Anne a reçu 80 € et Bastien 100 €.

Chaque année, les étrennes d'Anne augmentent de 6 € et celles de Bastien de 3 %. Pour tout entier n, on note U_n et V_n les étrennes reçues par Anne et Bastien l'année $2000 + n$.

On a donc $U_0 = 80$ et $V_0 = 100$.

1. a. Calculons les étrennes qu'ont reçues Anne et Bastien en 2001, puis en 2002.

Anne a reçu $\begin{cases} \text{en 2001} & U_1 = 80 + 6 = 86 \\ \text{en 2002} & U_2 = 86 + 6 = 92 \end{cases}$ Bastien a reçu $\begin{cases} \text{en 2001} & V_1 = 100 \times 1{,}03 = 103 \\ \text{en 2002} & V_2 = 103 \times 1{,}03 = 106{,}09 \end{cases}$

b. Passant d'un terme au suivant en ajoutant toujours le même nombre, la suite (U_n) est une suite arithmétique de premier terme 80 et de raison 6.

Le terme général d'une suite arithmétique de premier terme u_0 et de raison r est $u_n = u_0 + nr$. $U_n = 80 + 6n$.

c. À une évolution de 3 %, correspond un coefficient multiplicateur de 1,03. Chaque élément de la suite se déduit du précédent en le multipliant par 1,03 par conséquent la suite (V_n) est une suite géométrique de raison 1,03 et de premier terme 100.

Le terme général d'une suite géométrique de premier terme u_0 et de raison q est $u_n = u_0 q^n$.

Donc $V_n = 100 \times (1{,}03)^n$.

d. À l'aide de la table de la calculatrice, déterminons différentes valeurs de U_n et V_n.
Pour $n = 7$, nous avons $U_7 = 80+6\times 7 = 122$ et $V_7 = 100\times 1,03^7 \approx 122,99$.
Pour $n = 8$, nous avons $U_8 = 80+6\times 8 = 128$ et $V_8 = 100\times 1,03^8 \approx 126,68$.
En 2008, Anne reçoit pour la première fois davantage que Bastien.

2. On note S_n et T_n la somme des étrennes reçues per Anne et Bastien de l'année 2000 jusqu'à l'année $2000+n$.
On a donc $S_n = U_0+U_1+\cdots+U_n$ et $T_n = V_0+V_1+\cdots+V_n$.
Calculons S_{15} et T_{15}. $S_{15} = U_0+U_1+\cdots+U_{15} = (15+1)\times \dfrac{80+80+15\times 6}{2} = 2000$.

$T_{15} = V_0+V_1+\cdots+V_{15} = 100\times \dfrac{1,03^{16}-1}{1,03-1} \approx 2015,69$.

3. On donne ci-dessous l'extrait d'une feuille de calcul réalisée à l'aide d'un tableur :

	A	B	C	D	E	F
1	n	Année	U_n	V_n	S_n	T_n
2	0	2000	80	100	80	100
3	1	2001				
4	2	2002				
5	3	2003				
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
17	15	2015				

a. Une formule, à recopier sur la plage C4 :C17, que l'on peut entrer dans la cellule C3 est : =$C2+6

b. Une formule, à recopier sur la plage D4 :D17, que l'on peut entrer dans la cellule D3 est : =$D2*1,03

c. Une formule, à recopier sur la plage E4 :E17, que l'on peut entrer dans la cellule E3 est : =$E2+$D3

ANNEXE À RENDRE