

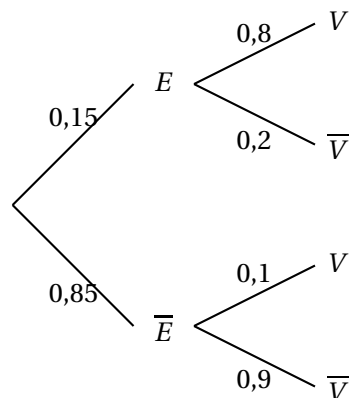
Correction de l'exercice 1

- $U_1 = 0,875 U_0 + 1200 = 0,875 \times 40000 + 1200 = 36200$ donc $U_1 = 36200$. La bonne réponse est donc la réponse **c**.
- On note que $U_n = V_n + 9600$.
 $V_{n+1} = U_{n+1} - 9600 = 0,875 \times U_n + 1200 - 9600 = 0,875 \times (V_n + 9600) - 8400 = 0,875 \times V_n + 8400 - 8400$ donc $V_{n+1} = 0,875 \times V_n$ donc la suite (V_n) est une suite géométrique de raison $0,875$. La bonne réponse est la réponse **b**.
 Le premier terme est donc $V_0 = U_0 - 9600 = 40000 - 9600 = 30400$
- On peut donc en déduire que pour tout entier naturel n , $V_n = 30400 \times 0,875^n$, or $U_n = V_n + 9600$ donc $U_n = 30400 \times 0,875^n + 9600$.
 Notons que $0 < 0,875 < 1$ donc $\lim_{n \rightarrow +\infty} 0,875^n = 0$ donc $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n = 9600$. La bonne réponse est la réponse **d**.
- La bonne réponse est la réponse **c**.
- $U_{32} = 30400 \times 0,875^{32} + 9600 \approx 10024 > 10000$ et $U_{33} = 30400 \times 0,875^{33} + 9600 \approx 9971 < 10000$ donc la valeur affichée est la valeur de N égale à $\boxed{33}$. La bonne réponse est la réponse **a**.

Correction de l'exercice 2

- On sait que
 - 15% des sacs sont vendus directement dans l'exploitation agricole et le reste est vendu dans des supermarchés donc $p(E) = 0,15$ et $p(\bar{E}) = 0,85$.
 - Parmi les sacs vendus directement dans l'exploitation agricole, 80% contiennent des pommes de variétés différentes et les autres ne contiennent qu'un seul type de pommes donc $p_E(V) = 0,8$ et $p_E(\bar{V}) = 0,2$.
 - Parmi les sacs vendus dans des supermarchés, 10% contiennent des pommes de variétés différentes et les autres ne contiennent qu'un seul type de pommes donc $p_{\bar{E}}(V) = 0,1$ et $p_{\bar{E}}(\bar{V}) = 0,9$.

- L'arbre est donc



- $E \cap V$ est le sac de pommes est vendu dans l'exploitation agricole et les pommes sont de variétés différentes.
 $p(E \cap V) = p(E) \times p_E(V) = 0,15 \times 0,8 = 0,12$ donc $p(E \cap V) = 0,12$.
- $p(V) = p(E \cap V) + p(\bar{E} \cap V) = 0,12 + p(\bar{E}) \times p_{\bar{E}}(V) = 0,12 + 0,85 \times 0,1 = 0,205$ donc $p(V) = 0,205$.
- Notons que $p(\bar{V}) = 1 - p(V) = 0,795$.

On cherche $p_{\bar{V}}(E) = \frac{p(E \cap \bar{V})}{p(\bar{V})} = \frac{0,15 \times 0,2}{0,795} \approx 0,038$ donc $p_{\bar{V}}(E) \approx 0,038$.

- Un sac de pommes est donc vendu en moyenne, en euros,

$$0,8 \times p(E) + 3,40 \times p(\bar{E}) = 0,8 \times 0,15 + 3,40 \times 0,85 \text{ soit } 3,01 \text{ euros en moyenne}$$

donc pour 45 000 sacs les producteurs peuvent prévoir un montant de $45000 \times 3,01$ soit un montant de $\boxed{135450 \text{ euros}}$.

Correction de l'exercice 3

1. On note que la fonction f est du type $\frac{u}{v}$, la dérivée est donc $\frac{u' \times v - u \times v'}{v^2}$.

$$f'(x) = \frac{(-2x+10) \times x^2 - (-x^2+10x-16) \times 2x}{(x^2)^2} = \frac{-2x^3+10x^2+2x^3-20x^2+32x}{x^4}$$

$$\text{donc } f'(x) = \frac{-10x^2+32x}{x^4} = \frac{x \times (-10x+32)}{x \times x^3} = \frac{-10x+32}{x^3}$$

$$\text{donc } \boxed{f'(x) = \frac{-10x+32}{x^3}}$$

2. (a) Sur $[2; 8]$, $x^3 > 0$ donc $f'(x)$ est du signe de $-10x+32$ d'où le signe de $f'(x)$, en notant que le signe de $a = -10 < 0$.

x	2	3,2	8
$f'(x)$	+	0	-

(b) D'où le tableau de variation de la fonction f .

x	2	3,2	8
$f'(x)$	+	0	-
f	0	0,5625	0

3. (a) $f''(x) = \frac{20x-96}{x^4}$, notons que $x^4 > 0$ sur $[2; 8]$ donc f'' est du signe de $20x-96$ (qui s'annule pour 4,8) donc on peut dresser le tableau de variation de la fonction f' sur $[2; 8]$.

x	2	4,8	8
f''	-	0	+
f'			

La fonction f' est croissante sur $[4,8; 8]$ donc la fonction f est convexe sur $[4,8; 8]$.

(b) La fonction f' est décroissante sur $[2; 4,8]$ puis croissante sur $[4,8; 8]$ donc la fonction f est concave sur $[2; 4,8]$ puis convexe sur $[4,8; 8]$ donc le point de (\mathcal{C}) d'abscisse 4,8 est un point d'inflexion.

4. (a) $F'(x) = -1 + 10 \times \frac{1}{x} + 16 \times \left(-\frac{1}{x^2}\right) = -1 + \frac{10}{x} - \frac{16}{x^2} = \frac{-x^2+10x-16}{x^2}$ donc $\boxed{F'(x) = f(x)}$ donc la fonction F est une primitive de f sur $[2; 8]$.

$$(b) I = \int_2^8 f(x) dx = [F(x)]_2^8 = F(8) - F(2) = -8 + 10 \ln 8 + 2 - (-2 + 10 \ln 2 + 8)$$

$$I = -8 + 10 \ln 8 + 2 + 2 - 10 \ln 2 - 8 = -12 + 10 \ln 8 - 10 \ln 2 \text{ donc } \boxed{I = -12 + 10 \ln 4 \approx 1,86}$$

Correction de l'exercice 4

1. (a) On cherche donc $p(D < 60) = p(20 < D < 60) = \frac{60-20}{120-20} = 0,4$ donc la probabilité que les quatre joueurs soient réunis au bout de 60 secondes est $\boxed{0,4}$.

(b) $E(D) = \frac{120+20}{2} = 70$ donc en moyenne les quatre joueurs sont réunis au bout de 70 secondes.

2. (a) J a pour espérance 120 et son écart-type est donc 20.

$$(b) 90 < J < 180 \iff 90 - 120 < J - 120 < 180 - 120 \iff \frac{-30}{20} < \frac{J-120}{20} < \frac{60}{20}$$

$$\iff -1,5 < \frac{J-120}{20} < 3$$

$$\text{donc } \boxed{90 < J < 180 \iff -1,5 < \frac{J-120}{20} < 3}$$

(c) X suit la loi normale d'espérance 0 et d'écart-type 1, soit la loi normale centrée réduite.

(d) $p(90 < J < 180) \approx 0,932$.

Correction de l'exercice 5

1.

sommets	A	B	C	D	E	F	G
degrés	2	4	5	5	4	4	2

2. (a) La matrice $M = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$

(b) Les chemins de longueur 3 qui relient un sommet à un autre sont comptés dans M^3 donc ici on calcule $M_{1;6}^3 = 5$; il ya donc 5 tels chemins :

$ABCF$; $ABEF$; $ABDF$; $ACEF$; $ACDF$.

(c) Par le cours, vu qu'il y a exactement deux sommets de degré impair, il y a une chaîne eulérienne commençant et finissant par ces deux sommets C et D (ce n'est pas une chaîne fermée), elle aura 13 arêtes car la somme des degrés vaut 26 : $CDGFDEFCEBACBD$.

3. (a) La matrice de routage $R = \begin{pmatrix} & A & B & C & D & E & F & G \\ A & & 8 & 4 & & & & \\ B & 8 & & 8 & 4 & 12 & & \\ C & 4 & 8 & & 16 & 12 & 20 & \\ D & & 4 & 16 & & 12 & 24 & 20 \\ E & & 12 & 12 & 12 & & 12 & \\ F & & & 20 & 24 & 4 & & 8 \\ G & & & & 20 & & 8 & \end{pmatrix}$

A	B	C	D	E	F	G	départ
0							
	8 _A	4 _A	∞	∞	∞	∞	A
/	12_C	/	20_C	16 _C	24_C	∞	C
/	/	/	12 _B	20_B			B
/	/	/	/	24_D	36_D	32 _D	D
/	/	/	/	/	20 _E	32_D	E
/	/	/	/	/	/	28 _F	F

(b) Finalement le candidat mettra 28 minutes par le trajet : ACEFG car $4 + 12 + 4 + 8 = 28$.