Baccalauréat STG CGRH Métropole septembre 2011 correction

EXERCICE 1 **5 points**

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples (QCM)

1. On place 250 euros au taux annuel de 3 %. Le tableau suivant donne l'évolution du capital arrondi au dixième.

	A	B	C
1	Année n	Capital	Taux
2	0	250	3
3	1	257,5	
4	2	265,2	
5	3	273,2	
6	4	281,4	
7	5	289,8	

La formule entrée dans la cellule B3 et recopiée pour obtenir le contenu des cellules de la plage B3 : B7 est :

- $\boxed{= \text{B2*}(1 + \text{\$C\$ }2/100)}$
- ~~= B\$2 ∗ (1 + C2/100)~~
- ~~= \$B\$2 ∗ (1 + \$C\$2/100)~~

2. Au cours des trois dernières années, le prix d'un produit a successivement augmenté de 10 % la première année, puis de 6 % la deuxième année et de 5 % la dernière année.
Le taux d'évolution global sur ces trois ans est :

- ~~7%~~
- ~~21 %~~
- $\boxed{22{,}43\ \%}$

Le coefficient multiplicateur associé à un taux d'évolution t est $1+t$ soit respectivement $1+\frac{10}{100}$, $1+\frac{6}{100}$, $1+\frac{5}{100}$. Les hausses étant successives, le produit des coefficients multiplicateurs est $1{,}1 \times 1{,}06 \times 1{,}05 = 1{,}2243$ et le taux d'augmentation $1{,}2243 - 1 = 0{,}2243 = \frac{22{,}43}{100}$

3. Un prix a subi une baisse de 16 % un mois puis une nouvelle baisse de 4 % le mois suivant. Le taux de baisse mensuel moyen de ce prix sur ces deux mois, arrondi à 0,1 %, est :

- ~~10%~~
- ~~21 %~~
- $\boxed{10{,}2\ \%}$

Le coefficient multiplicateur global est $0{,}84 \times 0{,}96 = 0{,}8064$. Puisqu'il y a eu deux baisses consécutives, si t est le taux moyen le coefficient multiplicateur global est $(1+t)^2$ d'où $t = \sqrt{(1+t)^2} - 1$. On a $t = \sqrt{0,8064} - 1 = -10{,}2$ soit une baisse moyenne de 10,2 %

4. On considère la suite géométrique (u_n) de terme initial $u_0 = 0,5$ et de raison 2.
Le quinzième terme de la suite (u_n) est :

- $\cancel{u_{14} = 28{,}5}$
- $\boxed{u_{14} = 8\,192}$
- $\cancel{u_{15} = 16384}$

Le terme général d'une suite géométrique de premier terme u_0 et de raison q est $u_n = u_0 q^n$. Le quinzième terme de la suite est u_{14} En appliquant $u_{14} = 0{,}5 \times 2^{14} = 8\,192$

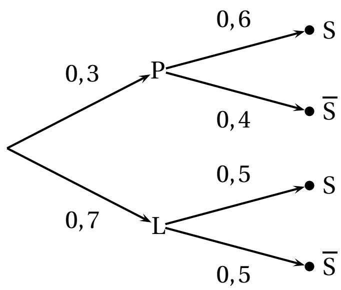
EXERCICE 2 **8 points**

Un magasin offre un choix de téléviseurs ayant des écrans de deux types : LCD ou plasma.
30 % des écrans proposés sont de type plasma. 60 % des écrans plasma et 50 % des écrans LCD sont soldés.
Un téléviseur est choisi au hasard dans le catalogue du magasin. On admet que tous les téléviseurs ont la même probabilité d'être choisis. On note :

- P l'évènement : « l'écran est de type plasma », a pour probabilité 0,3 lecture du texte
- L l'évènement : « l'écran est de type LCD », a pour probabilité 0,7 évènement complémentaire du précédent.
- S l'évènement : « le téléviseur est soldé ».

1. L'évènement $\overline{\text{S}}$ est l'évènement « le téléviseur n'est pas soldé ».

2. Complétons l'arbre de probabilités.



3. **a.** L'évènement $P \cap S$ est l'évènement « le téléviseur est à écran plasma et est soldé ».

b. Calculons

- $p(P \cap S)$. La probabilité de $P \cap S$ est le produit des probabilités selon les branches.

$$p(P \cap S) = p(P)\,p_P(S) = 0{,}3 \times 0{,}6 = 0{,}18.$$

- $p(L \cap S)$. De même ici

$$p(L \cap S) = p(L)\,p_P(S) = 0{,}7 \times 0{,}5 = 0{,}35.$$

4. Montrons que la probabilité qu'un téléviseur choisi au hasard soit soldé est égale à 0,53. La probablité que le téléviseur choisi au hasard soit soldé est la somme des probabilités de $P \cap S$ et de $L \cap S$.
$p(S) = 0{,}18 + 0{,}35 = 0{,}35$. Elle est bien égale à 0,53.

5. On prélève au hasard un téléviseur parmi ceux qui sont soldés. Sachant que le téléviseur choisi au hasard est soldé, calculons la probabilité qu'il ait un écran LCD ce qui revient à calculer la probabilité de L sachant S.

$$p_S(L) = \frac{p(L \cap S)}{p(S)} = \frac{0{,}35}{0{,}53} = 0{,}660\,4$$

.

6. Les évènements L et S sont indépendants si et seulement si $p(L \cap S) = p(L) \times p(S)$.

$$p(L) \times p(S) = 0{,}7 \times 0{,}53 = 0{,}371.$$

Ceci est différent de $p(L \cap S) = 0{,}35$. Par conséquent les évènements ne sont pas indépendants.

EXERCICE 3 **8 points**

Une entreprise commercialise une boisson énergisante depuis 2002.
Le tableau ci-dessous donne le nombre, exprimé en millions, de boissons vendues chaque année entre 2002 et 2011.

Année	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011
Rang x_i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Nombre y_i de boissons vendues (en millions)	2,9	3,5	4,9	6,5	6,9	7,2	8,3	8,7	8,9	9,3

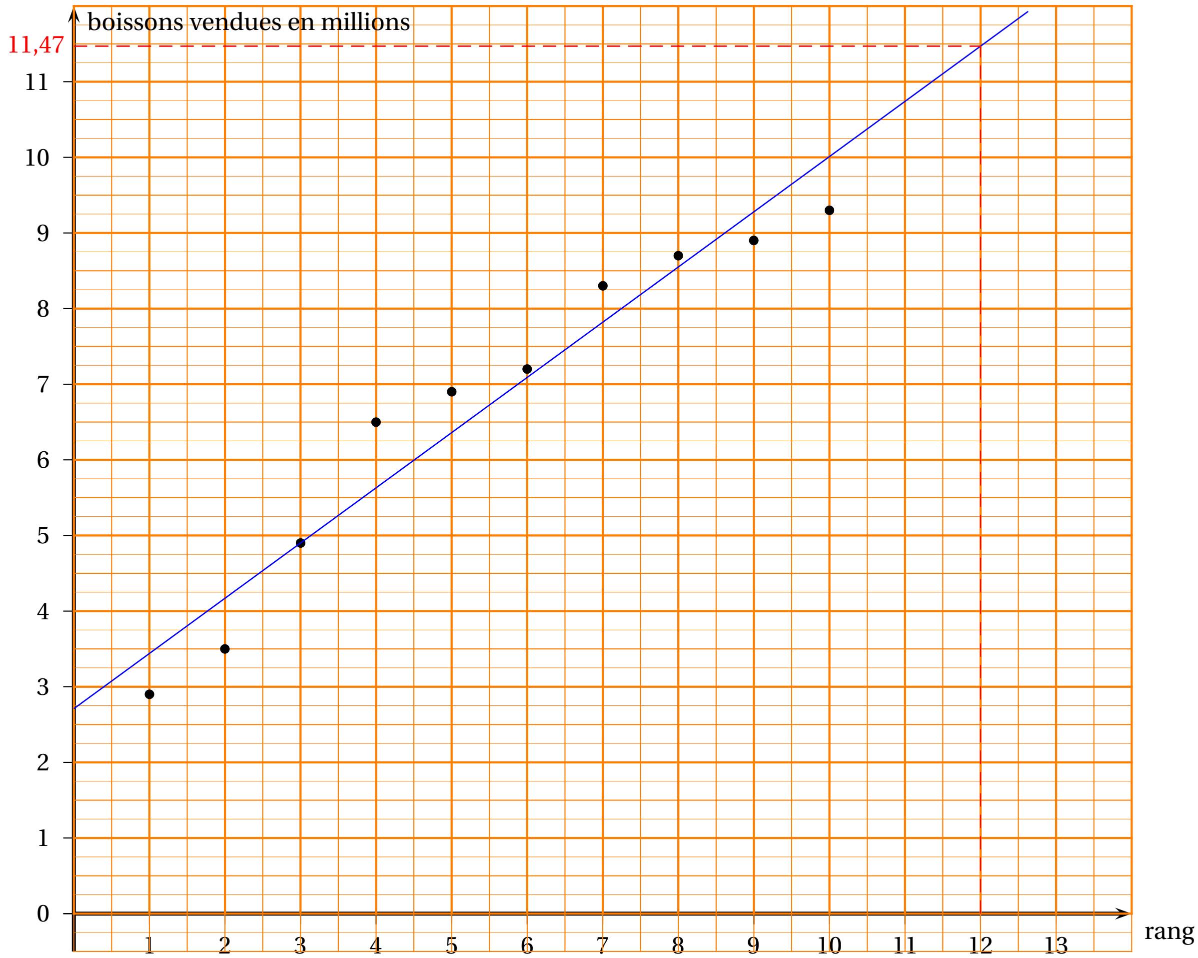
PARTIE A : modélisation par un ajustement affine

1. Construisons le nuage de points $(x_i\ ;\ y_i)$ dans un repère orthonormal.

2. **a.** Une équation de la droite $\mathcal{D}$ déterminée à l'aide de la calculatrice qui réalise un ajustement affine du nuage de points de coordonnées $(x_i\ ;\ y_i)$ obtenu par la méthode des moindres carrés, est $y = 0{,}73x + 2{,}71$

b. Traçons la droite $\mathcal{D}$ dans le repère défini à la question 1.

En supposant que l'ajustement affine réalisé reste valable jusqu'en 2015, déterminons le nombre de boissons qui seront vendues en 2013.Pour 2013, le rang est 12. Remplaçons alors x par 12 dans l'équation de la droite .
$y == 0{,}73 \times 12 + 2{,}71 = 11{,}47$



PARTIE B : modélisation par une fonction

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $[0\,;\,20]$ par :

$$f(x) = 15 - 285 \times \frac{1}{3x+20}$$

1. **a.** Complétons le tableau :

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$f(x)$	0,75	2,61	4,04	5,17	6,09	6,86	7,5	8,05	8,52	8,94	9,3

b. La conjecture que l'on peut faire, par lecture graphique, concernant le sens de variation de la fonction f sur l'intervalle $[0\,;\,20]$ est qu'elle est croissante sur cet intervalle.

c. Calculons la dérivée de f.

$f = g + h$ où $g(x) = 15$ et $h(x) = -285 \times \dfrac{1}{3x+20}$

$g'(x) = 0$ $\qquad h = k \times \dfrac{1}{u}$ $\quad$ où $u(x) = 3x + 20)$ $\qquad u'(x) = 3$ et $h'(x) = -285 \times \dfrac{-3}{(3x+20)^2}$

$$f'(x) = g'(x) + h'(x) = \frac{(-285)\times(-3)}{(3x+20)^2} = \frac{855}{(3x+20)^2}.$$

d. Pour tout $x \in [0\,;\,20]$ $f'(x) > 0$ la fonction f est strictement croissante sur cet intervalle.

2. On admettra dans la suite de l'exercice que la fonction f peut-être considérée comme une modélisation valable des ventes de boissons énergisantes jusqu'en 2020, l'année 2002 étant prise comme année de rang 0.

a. L'année 2015 est l'année de rang 13. $f(13) = 15 - 285 \times \dfrac{1}{3\times 13 + 20} \approx 10{,}17$

b. La quantité de boissons vendues est supérieure à 10,8 millions à partir de 2018.
En effet $f(15) = 10{,}6$ et $f(16) \approx 10{,}809$