Corrigé du baccalauréat STG C. G. R. H. Polynésie juin 2013

La calculatrice (conforme à la circulaire N° 99-186 du 16-11-99) est autorisée.
Le candidat est invité à faire figurer sur la copie toute trace de recherche, même incomplète ou non fructueuse, qu'il aura développée.
Il sera tenu compte de la clarté des raisonnements et de la qualité de la rédaction dans l'appréciation des copies.

EXERCICE 1 — 5 points

Cet exercice est un Q.C.M.

Pour chaque question, quatre réponses sont proposées parmi lesquelles une seule est correcte.

Barème : Une réponse juste apporte un point ; une réponse fausse ou l'absence de réponse n'apporte pas de point et n'en retire pas.

Pour chaque question, reporter sur la copie le numéro de la question suivi de la réponse choisie.

Aucune justification n'est demandée.

1. Le cours d'une matière première a augmenté de 180 % en un an. Il a été :

   a. ~~multiplié par 0,80~~ **b.** ~~multiplié par 1,80~~ **c.** multiplié par 2,80 **d.** ~~multiplié par 1,18~~

   à un taux d'évolution t correspond un coefficient multiplicateur $1+t$; ici $t = 1,8$

2. Quel est le taux d'évolution réciproque de +25 % ?

   a. $\boxed{-20\,\%}$ **b.** ~~−25 %~~ **c.** ~~−75 %~~ **d.** ~~80 %~~

   $(1,25)\times(1+t) = 1$ d'où $t = \frac{1}{1,25} - 1$

3. Le prix d'un bien d'équipement augmente de 5 % la première année puis diminue de 2 % la seconde année.

   Le taux d'évolution moyen annuel sur les deux années est, à 0,01 % près :

   a. ~~+1,50 %~~ **b.** ~~+3,49 %~~ **c.** +1,44 % **d.** ~~+2,90 %~~

   coefficient multiplicateur global $1,05\times 0,98 = 1,029$; si t_m est le taux moyen, il y a eu 2 évolutions donc le coefficient multiplicateur est $(1+t_m)^2$ d'où $t_m = \sqrt{1,029} - 1$

4. Soit (u_n) une suite géométrique de premier terme $u_0 = 1\,000$ et de raison 1,07. La plus petite valeur de n telle que u_n dépasse la valeur 2 000 est :

   a. 11 **b.** ~~12~~ **c.** ~~15~~ **d.** ~~16~~

5. Soit (u_n) une suite arithmétique telle que $u_5 = 26$ et $u_9 = 8$. Sa raison est égale à :

   a. ~~−18~~ **b.** $\cancel{\frac{8}{26}}$ **c.** ~~4,5~~ **d.** $-4,5$

   $u_9 = u_5 + 4r \quad 8 = 26 + 4r$ d'où $r = -4,5$

EXERCICE 2 — 7 points

Un horticulteur propose à la vente des géraniums et des bégonias qui n'ont pas encore fleuri.

- 60 % de ces plantes sont des géraniums, les autres sont des bégonias ;
- 75 % des géraniums auront des fleurs rouges ;
- 48 % des bégonias auront des fleurs rouges.

Marie choisit au hasard une de ces plantes et l'achète. On admet que chaque plante a la même probabilité d'être choisie.

On définit les évènements suivants :

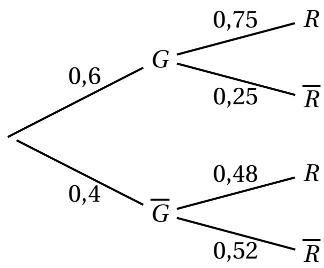
- G : « La plante choisie est un géranium » ;
- R : « La plante choisie aura des fleurs rouges ».

On note $\overline{G}$ l'évènement contraire de G, et $\overline{R}$ l'évènement contraire de R.

1. La probabilité que la plante choisie ait des fleurs rouges sachant que c'est un bégonia est notée $p_{\overline{G}}(R)$.

   $p_{\overline{G}}(R) = 0,48$ car 48 % des bégonias auront des fleurs rouges.

2. Complétons l'arbre de probabilités ci-dessous :



3. Calculons la probabilité de l'évènement $G \cap R$.
$p(G \cap R) = p(G) \times p_G(R) = 0{,}6 \times 0{,}75 = 0{,}45$.

4. Calculons la probabilité de l'évènement R.
$p(R) = p(G) \times p_G(R) + p(\overline{G}) \times p_{\overline{G}}(R) = 0{,}45 + 0{,}4 \times 0{,}48 = 0{,}45 + 0{,}192 = 0{,}642$.
La probabilité de l'évènement R est bien égale à 0,642.

5. Quelques jours plus tard, Marie constate que sa plante a des fleurs rouges.
Calculons la probabilité, arrondie au dixième, que cette plante soit un géranium. Calculons $p_R(G)$.
$p_R(G) = \dfrac{p(G \cap R)}{p(R)} = \dfrac{0{,}45}{0{,}642} \approx 0{,}7$.

6. Les évènements G et R sont indépendants si $p(G \cap R) = p(G) \times p(R)$.
$p(G \cap R) = 0{,}45$ $\quad p(G) \times p(R) = 0{,}6 \times 0{,}642 = 0{,}385\,2$.
Les évènements G et R ne sont pas indépendants.

7. **a.** $G \cup R$ est l'évènement : « la plante choisie est un géranium ou elle donne des fleurs rouges ».
b. Calculons la probabilité de l'évènement $G \cup R$.
$p(G \cup R) = p(G) + p(R) - p(G \cap R) = 0{,}6 + 0{,}642 - 0{,}45 = 0{,}792$.

EXERCICE 3 **8 points**

Partie A. Étude d'une fonction

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $\text{I} = [0{,}3\,;\,6]$ par

$$f(x) = 4x + \frac{9}{x}$$

On note $\mathscr{C}$ sa courbe représentative dans un repère du plan et f' sa fonction dérivée.

1. Pour tout réel x de l'intervalle I, $f'(x) = 4 - \dfrac{9}{x^2}$.

2. On admet que, pour tout réel x de l'intervalle I, on peut écrire

$$f'(x) = \frac{(2x-3)(2x+3)}{x^2}.$$

a. Étudions le signe de $f'(x)$ sur l'intervalle I. Pour tout $x \in \text{I}$, $\dfrac{2x+3}{x^2} > 0$, le signe de $f'(x)$ est le signe de $2x-3$.
Sur $\mathbb{R}$, $2x - 3 > 0 \iff x > \dfrac{3}{2}$. Nous avons alors
si $x \in \left[0{,}3\,;\,\dfrac{3}{2}\right[$, $f'(x) < 0$, si $x \in \left]\dfrac{3}{2}\,;\,6\right]$, $f'(x) > 0$.

b. Si pour tout $x \in I$, $f'(x) < 0$ alors la fonction f est stictement décroissante sur I. Pour $x \in \left[0{,}3\,;\,\dfrac{3}{2}\right[$ $f'(x) < 0$ donc f est strictement décroissante sur cet intervalle.
Si pour tout $x \in I$, $f'(x) > 0$ alors f est strictement croissante sur I. Pour $x \in \left]\dfrac{3}{2}\,;\,6\right]$ $f'(x) < 0$ donc f est strictement croissante sur cet intervalle.
Dressons le tableau de variation de f sur l'intervalle I.

x	0,3		$\frac{3}{2}$		6
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
Variations de f	31,2				25,5
			12		

3. **a.** Complétons le tableau de valeurs suivant :

x	0,3	0,5	1	2	3	4	4,5	5	6
$f(x)$	31,2	20	13	12,5	15	18,25	20	21,8	25,5

b. La courbe $\mathscr{C}$ de la fonction f est construite page 4 dans un repère orthogonal.

Unités graphiques : 1 cm pour 0,5 unité sur l'axe des abscisses et 1 cm pour 2 unités sur l'axe des ordonnées.

Partie B. Application à l'économie

Une entreprise agroalimentaire peut produire entre 0,3 et 6 tonnes de farine biologique par jour. Le coût moyen de production d'une tonne de farine biologique pour x tonnes produites est $f(x)$, où f est la fonction définie dans la **partie A**.
Ce coût moyen est exprimé en centaines d'euros.

1. Les résultats de la **partie A** montrent que la fonction admet un minimum en $\dfrac{3}{2}$ égal à 12, par conséquent le coût moyen minimal est 12 centaines d'euros ou 1 200 €.

2. La tonne de farine biologique est vendue 20 centaines d'euros.

   a. La recette correspondant à la vente de 3 tonnes de farine vendues est 60 centaines d'euros ou 6 000 € car $20 \times 3 = 60$.

   b. En centaines d'euros, le coût total de production de 3 tonnes de farine est $3 \times f(3)$. Nous avons calculé précédemment $f(3)$, le coût de 3 tonnes est 45 centaines d'euros ou 4 500 €.

   c. Calculons le bénéfice réalisé par l'entreprise pour la production et la vente de 3 tonnes de farine. Le bénéfice étant la recette moins les coûts, en centaines d'euros nous avons $60 - 45 = 15$.
   Le bénéfice s'élève à 15 centaines d'euros ou 1 500 €.

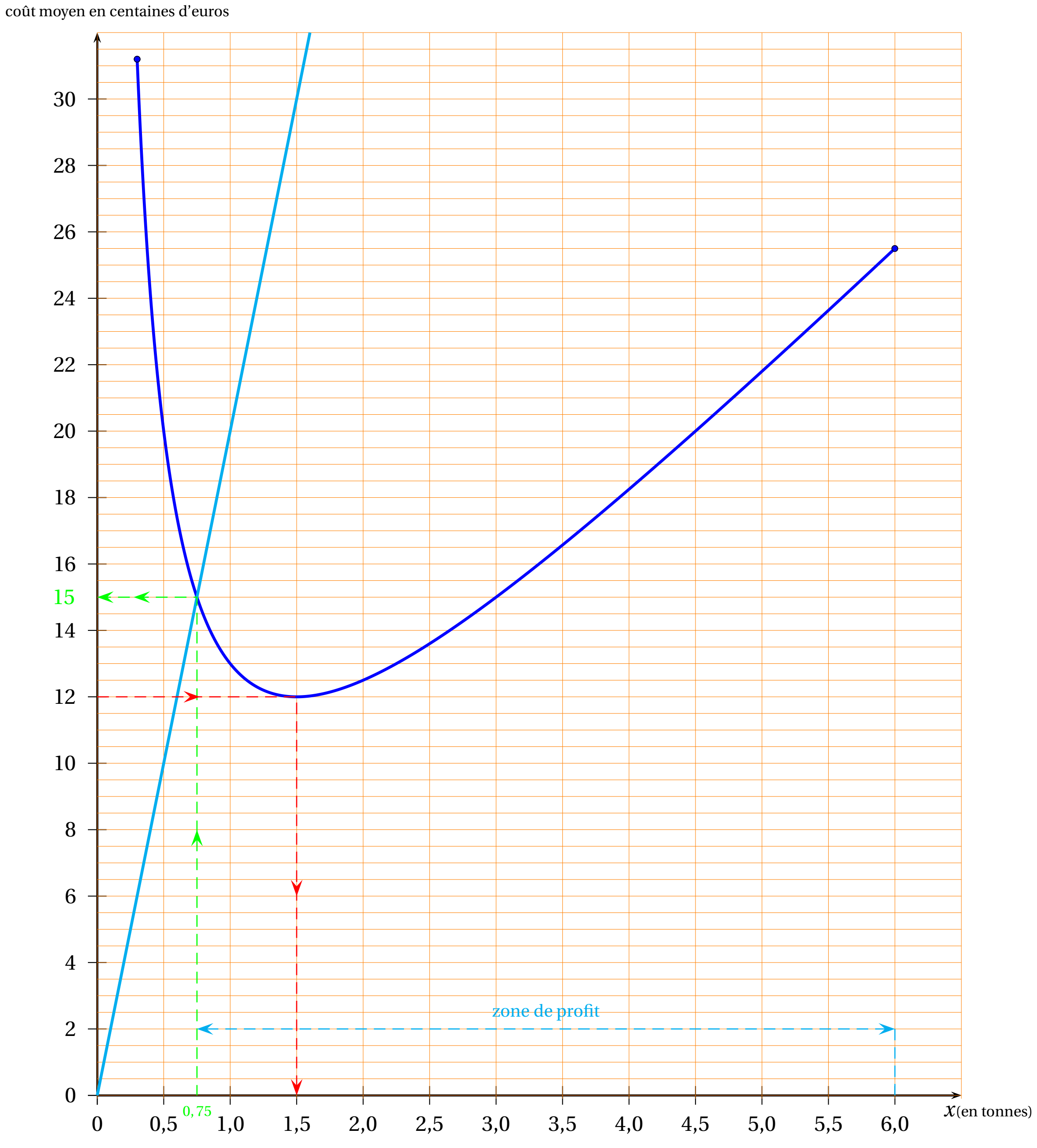
3. On admet que l'entreprise vend toute sa production.

   On rappelle que l'entreprise réalise un profit lorsque le prix de vente d'une tonne est supérieur au coût moyen de production d'une tonne.

   À l'aide du graphique tracé dans la **partie A**, déterminons les quantités produites pour lesquelles l'entreprise réalise un profit.

   Pour ce faire, traçons la droite représentative de la fonction recette c'est-à-dire la droite d'équation $y = 20x$. L'entreprise fera un bénéfice lorsque la courbe $\mathscr{C}$ est strictement en dessous de la droite.

   Nous lisons que l'abscisse du point d'intersection des deux courbes est 0,75. Par conséquent sur $]0,75\,;\,6]$, l'entreprise réalise un profit.


coût moyen en centaines d'euros
30
28
26
24
22
20
18
16
15
14
12
10
8
6
4
2
0
zone de profit
0
0,5
0,75
1,0
1,5
2,0
2,5
3,0
3,5
4,0
4,5
5,0
5,5
6,0
x(en tonnes)