

❧ Corrigé du baccalauréat STMG Antilles–Guyane 19 juin 2018 ❧

EXERCICE 1

5 points

Les parties A et B de cet exercice sont indépendantes.

Une entreprise fabrique des batteries pour téléphone.

Partie A

Les batteries sont fabriquées dans deux ateliers, Arobase et Bestphone; 55 % d'entre elles sont fabriquées dans l'atelier Arobase et le reste dans l'atelier Bestphone.

À l'issue de la fabrication, certaines batteries sont contrôlées.

Ces contrôles permettent d'affirmer que :

- parmi les batteries fabriquées dans l'atelier Arobase, 94 % ne présentent aucun défaut;
- parmi les batteries fabriquées dans l'atelier Bestphone, 4 % présentent au moins un défaut.

Une batterie est prélevée de façon équiprobable dans le stock constitué des batteries produites par les deux ateliers.

On considère les événements suivants :

A : « la batterie provient de l'atelier Arobase »

B : « la batterie provient de l'atelier Bestphone »

D : « la batterie présente au moins un défaut »

1. Nous avons complété l'arbre de probabilité donné en annexe, à rendre avec la copie.
2. La probabilité que la batterie provienne de l'atelier Bestphone et présente au moins un défaut est notée $p(B \cap D)$.

$$p(B \cap D) = p(B) \times p_B(D) = 0,45 \times 0,04 = 0,018.$$

3. Montrons que la probabilité que la batterie présente au moins un défaut est égale à 0,051.

$$p(D) = p(A) \times p_A(D) + p(B) \times p_B(D) = 0,55 \times 0,06 + 0,018 = 0,033 + 0,018 = 0,051.$$

Nous avons bien montré que la probabilité de D était de 0,051.

4. Sachant que la batterie choisie présente au moins un défaut, peut-on affirmer qu'il y a plus de deux chances sur trois que cette batterie provienne de l'atelier Arobase ?

Pour ce faire, calculons d'abord la probabilité que la batterie provienne de B sachant qu'elle a un défaut. $p_D(B) = \frac{p(B \cap D)}{p(D)}$. $p_D(B) = \frac{0,018}{0,051} = \frac{6}{17} \approx 0,353$.

Par conséquent, puisque $\frac{6}{17} > \frac{1}{3}$, il en résulte que $p_D(A) < \frac{2}{3}$. L'affirmation est fausse.

Partie B

Dans cette partie, tous les résultats seront arrondis au centième.

On modélise l'autonomie d'une batterie, exprimée en minute, par une variable aléatoire X suivant la loi normale d'espérance $\mu = 750$ et d'écart type $\sigma = 75$.

1. Donnons la valeur, arrondie au centième, de la probabilité $P(600 \leq X \leq 900)$.

À l'aide de la calculatrice $p(600 \leq X \leq 900) \approx 0,95$.

Remarque : Pas besoin de la calculatrice, en remarquant que $600 = \mu - 2\sigma$ et $900 = \mu + 2\sigma$, nous savons alors que $p(\mu - 2\sigma \leq X \leq \mu + 2\sigma) \approx 0,95$

2. Calculons la probabilité qu'une batterie ait une autonomie supérieure à 15 heures.

À quinze heures correspond une durée de 900 minutes.

À l'aide de la calculatrice $p(X \geq 900) \approx 0,02275$.

EXERCICE 2

5 points

La feuille de calcul suivante, extraite d'un tableur, donne la part de la surface agricole couverte par l'agriculture biologique (en pourcentage de la surface agricole totale) en Suède, entre 2010 et 2016 :

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	Année	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016
2	Part de la surface agricole couverte par l'agriculture biologique en Suède (en pourcentage de la surface agricole totale)	14,3	15,7	15,76	16,5	16,53	17,09	18,21
3	Taux d'évolution par rapport à 2010							

Source : ec.europa.eu/eurostat

1. Une formule que nous pouvons saisir en cellule C3 pour obtenir, par recopie vers la droite, les valeurs de la plage de cellules C3 :H3 est $= (C2 - \$B\$2) / \$B\2 .

Remarque la référence à la cellule B2 doit être absolue, puisque nous cherchons le taux d'évolution par rapport à 2010.

2. Déterminons le taux d'évolution global de la part de la surface agricole couverte par l'agriculture biologique en Suède entre 2010 et 2016.

Le taux d'évolution \mathcal{T} est défini par $\frac{\text{valeur finale} - \text{valeur initiale}}{\text{valeur initiale}}$. $\mathcal{T} = \frac{18,21 - 14,3}{14,3} \approx 0,2734$.

En pourcentage, arrondi à 0,01 %, le taux d'évolution global est de 27,34 %.

3. Déterminons le taux d'évolution annuel moyen de la part de la surface agricole couverte par l'agriculture biologique en Suède entre 2010 et 2016.

En appelant t_m le taux moyen, le coefficient multiplicateur global est aussi $(1 + t_m)^6$ puisque la part de la surface agricole a subi 6 évolutions durant cette période.

$$(1 + t_m)^6 = \frac{18,21}{14,3} \approx 1,27342657 \text{ par conséquent } t_m = 1,27342657^{\frac{1}{6}} - 1 \approx 0,041108.$$

Le taux annuel moyen d'évolution de la part de la surface agricole couverte par l'agriculture biologique en Suède entre 2010 et 2016, arrondi à 0,01 %, est égal à 4,11 %.

4. Le gouvernement suédois a pour objectif que, d'ici 2025, un quart de la surface agricole totale soit occupé par l'agriculture biologique.

On suppose qu'à partir de 2016, la part de la surface agricole couverte par l'agriculture biologique augmente de 4 % par an en Suède.

L'objectif du gouvernement sera atteint au vu de cette hypothèse. En effet, à une augmentation de 4 % correspond un coefficient multiplicateur de 1,04. En augmentant ainsi pendant neuf ans, la part de l'agriculture biologique sera donc de $18,21 \times 1,04^9$ soit 25,95.

5. Toujours d'après Eurostat, la surface agricole couverte par l'agriculture biologique en France en 2016 représentait 5,54 % de la surface agricole totale, alors qu'elle représentait 18,21 % en Suède.

Un internaute affirme sur son site que, dans le département où il réside, la part de la surface agricole couverte par l'agriculture biologique en 2016 est équivalente à celle de la Suède.

Des étudiants, dans le cadre d'un projet scientifique, ont voulu tester la validité de cette déclaration.

À partir d'une étude menée sur un échantillon de 500 exploitations agricoles de ce même département, ils ont obtenu un taux de couverture de l'agriculture biologique de 12 %.

Nous avons $n = 500$ et $p = 0,12$. Un intervalle de fluctuation au risque de 95 % est :

$$I = \left[p - \frac{1}{\sqrt{n}} ; p + \frac{1}{\sqrt{n}} \right].$$

$$I = \left[0,12 - \frac{1}{\sqrt{500}} ; 0,12 + \frac{1}{\sqrt{500}} \right] \approx [0,1374 ; 0,2268]$$

Ce résultat remet en cause l'affirmation de l'internaute car 0,12 n'appartient pas à l'intervalle de fluctuation.

EXERCICE 3

7 points

Les parties A, B et C de cet exercice sont indépendantes.

Le tableau suivant donne le montant mensuel brut, en euro, du SMIC pour 35 heures de travail hebdomadaire, entre 2013 et 2017 :

Année	2013	2014	2015	2016	2017
Rang de l'année : x_i	1	2	3	4	5
Montant mensuel brut du SMIC (en euro) : y_i	1 430,22	1 445,38	1 457,52	1 466,62	1 480,27

Source : INSEE

Partie A

Une représentation graphique du nuage de points de coordonnées $(x_i ; y_i)$, pour i variant de 1 à 5, est donnée dans le repère en annexe, à rendre avec la copie.

1. À l'aide de la calculatrice, une équation de la droite d'ajustement de y en x obtenue par la méthode des moindres carrés est $y = 12,134x + 1419,6$.
2. a. Donnons les coordonnées de deux points de cette droite, en prenant $x = 0,2$ nous obtenons $y = 1422$ puis en prenant $x = 10,5$ nous obtenons $y = 1547$. La droite passant par ces deux points est tracée dans le repère précédent.
- b. En admettant que cet ajustement sera valide jusqu'en 2025, donnons une estimation de la valeur du montant mensuel brut du SMIC en 2025. En 2025 $x = 13$. En remplaçant x par cette valeur, nous obtenons $y = 12,134 \times 13 + 1419,6 = 1577,342$.
Une estimation de la valeur du montant mensuel brut du SMIC en 2025 est de 1 577,34 €.

Partie B

Cette partie est un questionnaire à choix multiple.

Pour chaque question, une seule des quatre réponses proposées est correcte.

Pour chaque question, indiquer la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.

Chaque réponse correcte rapporte 1 point, une réponse incorrecte, multiple ou une question sans réponse n'apporte ni ne retire aucun point.

Dans le cadre d'une étude économique, une hypothèse retenue est, qu'entre 2017 et 2025, le montant mensuel brut du SMIC augmente de 1 % par an. Ce montant mensuel est modélisé par une suite géométrique (u_n) de premier terme $U_0 = 1480,27$.

L'entier n désigne le rang de l'année $(2017 + n)$.

1. Pour tout entier naturel n , une expression de u_n en fonction de n est :

a. $u_n = 1480,27 \times 1,01^n$

b. ~~$u_n = 1480,27 + 0,01n$~~

c. ~~$u_n = 1480,27 \times 0,01^n$~~

d. ~~$u_n = 1480,27 + 1,01n$~~

2. Avec ce modèle, une estimation du montant mensuel brut du SMIC en 2022 est :

a. ~~1 540,37 €~~

b. ~~1 554,28 €~~

c. $1 555,78 €$

d. ~~1 571,34 €~~

Partie C

On considère l'algorithme suivant :

```

N ← 0
U ← 1480,27
Tant que U < 1600 faire
    N ← N + 1
    U ← U × 1,01
Fin Tant que
```

N	5	6	7	8	9
U	1 577,78	1 571,34	1 587,05	1 602,92	
	vraie	vraie	vraie	fausse	

Les variables N et U après exécution de cet algorithme contiennent respectivement 8 et 1 602,92. Ces valeurs dans le contexte de l'exercice correspondent au rang de l'année pour laquelle le montant du SMIC sera supérieur à 1 600 €.

EXERCICE 4

3 points

Une entreprise produit des panneaux solaires. Une étude de marché permet d'estimer que la production pour le mois à venir est comprise entre 1 500 et 3 000 panneaux solaires. On s'intéresse au bénéfice de l'entreprise sur la vente des panneaux solaires produits.

On décide de modéliser l'évolution du bénéfice de l'entreprise, exprimé en centaine d'euros, par la fonction f définie ci-dessous :

$$f(x) = -2x^2 + 90x - 400, \text{ pour } x \in [15 ; 30].$$

On admet que la fonction f est dérivable sur l'intervalle $[15 ; 30]$ et on note f' sa fonction dérivée.

1. Étudions les variations de la fonction f sur l'intervalle $[15; 30]$.

a. Déterminons la fonction dérivée f' .

$$f'(x) = -2(2x) + 90 = -4x + 90.$$

b. Étudions le signe de $f'(x)$.

$$\text{Sur } \mathbb{R}, -4x + 90 > 0 \iff x < 22,5.$$

Il en résulte si $x \in [15; 22,5[$, $f'(x) > 0$ et si $x \in]22,5; 30]$, $f'(x) < 0$

c. Étudions les variations de f

Si pour tout $x \in I$, $f'(x) > 0$ alors la fonction f est strictement croissante sur I .

Sur $[15; 22,5[$, $f'(x) > 0$ par conséquent f est strictement croissante sur cet intervalle.

Si pour tout $x \in I$, $f'(x) < 0$ alors f est strictement décroissante sur I .

Sur $]22,5; 30]$, $f'(x) < 0$ par conséquent f est strictement décroissante sur cet intervalle.

Dressons le tableau de variations :

x	15	22,5	30
Signe de $f'(x)$	+	0	-
Variations de f	500	612,5	500

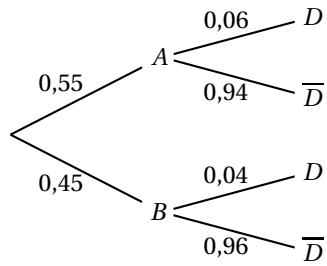
2. Le maximum de la fonction est $f(22,5)$ soit 612,5.

Les valeurs de x , arrondies au centième, représentent le nombre de centaines de panneaux solaires produits.

3. Le bénéfice est maximal pour une production de 2 250 panneaux solaires. Le bénéfice est alors de 61 250 €.

Annexe à rendre avec la copie

Exercice 1



Exercice 3

