

❧ **Corrigé du BTS Nouvelle-Calédonie novembre 2020** ❧
Services informatiques aux organisations

Exercice 1**6 points**

Pour constituer des groupes de travail en informatique dans une classe, un professeur définit trois variables booléennes r , p , g , de la façon suivante :

- $r = 1$ si le groupe comprend au maximum un élève redoublant, $r = 0$ sinon ;
- $p = 1$ si le groupe comprend au moins un élève ayant déjà travaillé sur Python, $p = 0$ sinon ;
- $g = 1$ si le groupe ne comprend que des garçons, $g = 0$ sinon.

Les deux questions suivantes sont à choix multiple. Pour chacune d'elles, recopier la seule bonne réponse. Une réponse fausse ou une absence de réponse ne rapporte ni ne retire aucun point.

1. Parmi les phrases suivantes :

- phrase A : « le groupe comprend au minimum un élève redoublant » ;
- phrase B : « le groupe ne comprend aucun élève redoublant » ;
- phrase C : « le groupe comprend au minimum deux élèves redoublants » ;

celle qui traduit le fait que $r = 0$ est la **phrase C**.

2. Parmi les phrases suivantes :

- phrase A : « le groupe comprend au plus un élève ayant déjà travaillé sur Python » ;
- phrase B : « le groupe ne comprend aucun élève ayant déjà travaillé sur Python » ;
- phrase C : « le groupe comprend au plus deux élèves ayant déjà travaillé sur Python » ;

celle qui traduit le fait que $p = 0$ est la **phrase B**.

3. Le professeur impose à chaque groupe de respecter au moins une des contraintes suivantes :

- le groupe comprend au maximum un élève redoublant, et comprend au moins un élève ayant déjà travaillé sur Python, et ne comprend que des garçons ($r.p.g$),
- ou (+)
- le groupe comprend au moins un élève ayant déjà travaillé sur Python et comprend au moins une fille ($p.\overline{g}$),
- ou (+)
- le groupe comprend au maximum un élève redoublant, et ne comprend aucun élève ayant déjà travaillé sur Python ($r.\overline{p}$).

a. Donc $E = r.p.g + p.\overline{g} + r.\overline{p}$.

b. À l'aide d'un tableau de Karnaugh, on détermine une écriture simplifiée de E .

		$r.p.g$			
		$p.g$	00	01	11
r	0				
r	1			1	

		$p.\overline{g}$			
		$p.g$	00	01	11
r	0				1
r	1				1

		$r.\overline{p}$			
		$p.g$	00	01	11
r	0				
r	1	1	1		

$r \backslash p.g$	00	01	11	10	
0				1	$p.\bar{g}$
1	1	1	1	1	r

Donc l'expression simplifiée de E est : $r + p.\bar{g}$.

c. Cette écriture simplifiée de E se traduit en :

- le groupe comprend au maximum un élève redoublant,
ou
 - le groupe comprend au moins un élève ayant déjà travaillé sur Python et comprend au moins une fille.
4. Les redoublants de la classe s'estiment désavantagés; ils affirment : « *tous les groupes interdits contiennent au moins deux redoublants* ».

On détermine, par complémentation, le tableau de Karnaugh de \bar{E} :

$r \backslash p.g$	00	01	11	10
0	1	1	1	
1				

Donc $\bar{E} = \bar{r}.g + \bar{r}.\bar{p}.\bar{g}$; on a bien dans tous les cas $r = 0$ donc il y a au moins deux redoublants dans les groupes interdits.

Exercice 2

8 points

Un groupe d'étudiants de BTS a planifié la réalisation d'un jeu dans le cadre du projet de fin d'année. Le tableau suivant regroupe l'ensemble des informations.

Tâche à réaliser	Repère	Durée en heures	Tâches précédentes
Cahier des charges	A	4	
Recherches sur les interfaces graphiques	B	8	
Jeu en mode console	C	2	A
Page d'accueil	D	4	A, B
Interface graphique	E	12	A, B
Rapport	F	4	C, D, E
Extension (Jeu en réseau)	G	8	C, D

On considère le graphe orienté correspondant aux conditions d'antériorité données par le tableau précédent. Les repères A, B, ..., G sont les sept sommets de ce graphe.

1. On détermine le niveau de chacun des sommets du graphe.

On part du tableau des prédécesseurs.

On cherche les sommets qui n'ont pas de prédécesseur; il s'agit de A et de B.

Les sommets A et B sont donc de niveau 0.

Sommets	Prédécesseurs
A	
B	
C	A
D	A - B
E	A - B
F	C - D - E
G	C - D

On supprime dans le tableau les sommets de niveau 0, puis on cherche dans le nouveau tableau les sommets qui n'ont pas de prédécesseur; il s'agit de C, D et E.

Les sommets C, D et E sont donc de niveau 1.

Sommets	Prédécesseurs
A	
B	
C	A
D	A - B
E	A - B
F	C - D - E
G	C - D

On supprime dans le tableau les sommets de niveau 1, puis on cherche dans le nouveau tableau les sommets qui n'ont pas de prédécesseur; il s'agit de F et G.

Les sommets F et G sont donc de niveau 2.

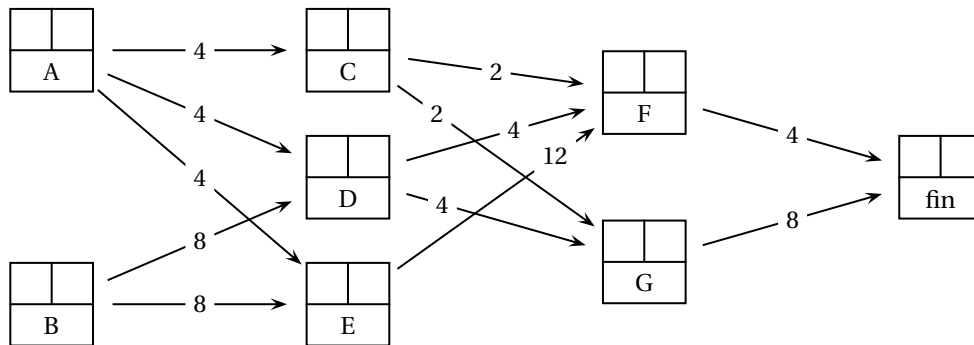
Sommets	Prédécesseurs
A	
B	
C	A
D	A - B
E	A - B
F	C - D - E
G	C - D

Niveaux	0	1	2
Sommets	A - B	C - D - E	F - G

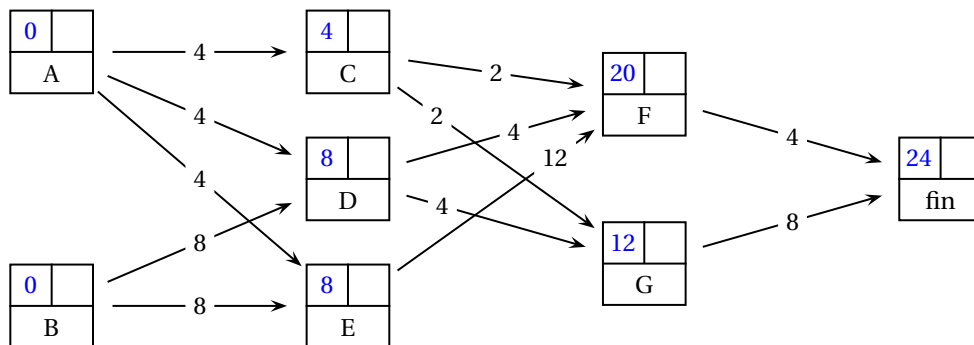
2. On construit le tableau des successeurs du graphe.

Sommets	Prédécesseurs	Successeurs
A		C - D - E
B		D - E
C	A	F - G
D	A - B	F - G
E	A - B	F
F	C - D - E	
G	C - D	

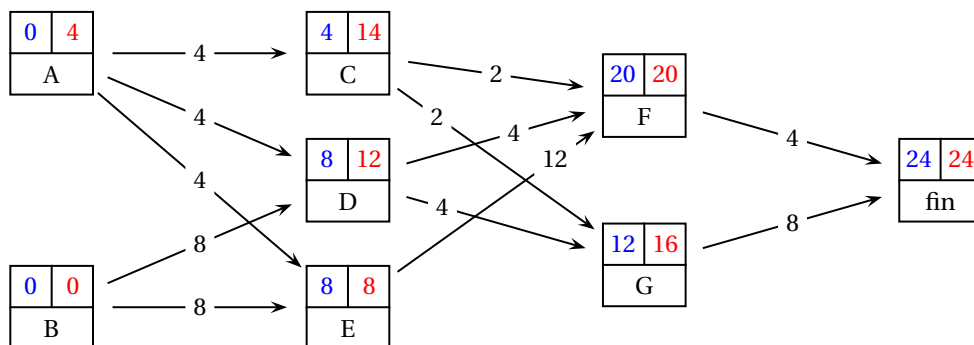
3. On construit le graphe d'ordonnancement du projet (selon la méthode M. P. M.).



Pour déterminer pour chaque tâche les « dates au plus tôt », on traite les sommets par niveaux en partant du début. Puis pour chaque sommet, on note la date qui est la longueur du plus **long** chemin depuis le début.

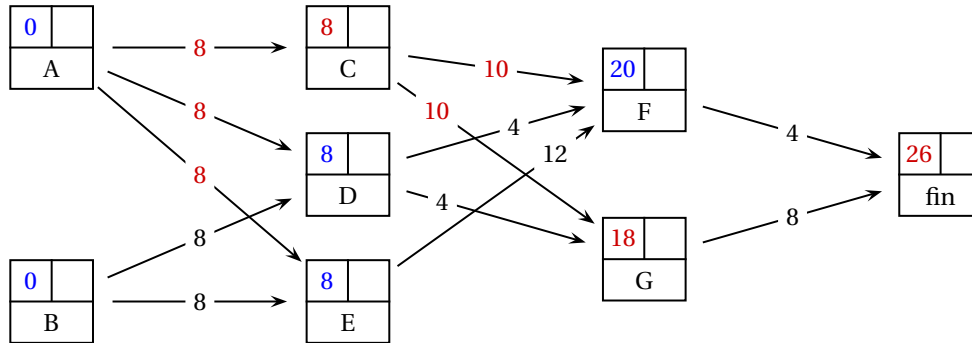


Pour déterminer pour chaque tâche les « dates au plus tard », on traite les sommets par niveaux en partant de la fin et en marquant 24 pour le sommet « fin ». La date « au plus tard » d'une tâche s'obtient en retirant de la date au plus tard de la tâche qui lui succède sa propre durée. S'il y a plusieurs successeurs, on garde la date la plus **petite**.



4. Le chemin critique est donc : B → E → F → « fin ».
 La durée minimale de réalisation du projet est de 24 heures.

5. La marge totale du sommet A est en heure de $4 - 0 = 4$.
La marge totale du sommet C est en heure de $14 - 4 = 10$.
6. Si la tâche A prend un retard de 4 h, on peut considérer qu'elle a une durée de $4 + 4 = 8$ heures, et si la tâche C prend un retard de 8 h, on peut considérer qu'elle a une durée de $8 + 2 = 10$ heures.
On refait le diagramme des dates « au plus tôt ».



La durée minimale de réalisation du projet est alors de 26 heures, en retard de 2 heures.

Exercice 3

6 points

Une petite entreprise de la zone euro, créée le 1^{er} janvier 2018, vend des ordinateurs destinés à des professionnels. Les ordinateurs sont de trois types K, L et M. Le tableau suivant détaille les différents coûts, en euro, relatifs aux ordinateurs de chaque type, durant l'année 2018.

Type d'ordinateur	Type K	Type L	Type M
Coût des éléments matériels	100	150	250
Coût de la main d'œuvre	100	150	200
Coût de la livraison	50	50	50

On note $A = \begin{pmatrix} 100 & 150 & 250 \\ 100 & 150 & 200 \\ 50 & 50 & 50 \end{pmatrix}$ la matrice correspondant au tableau précédent et $X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$ la matrice colonne correspondant à x ordinateurs de type K, y ordinateurs de type L et z ordinateurs de type M vendus durant un mois de l'année 2018.

Enfin, $Y = \begin{pmatrix} e \\ m \\ l \end{pmatrix}$ est la matrice colonne dont les trois nombres e , m et l sont les coûts totaux respectifs, en euro, des éléments matériels, de la main d'œuvre et de la livraison de tous ces ordinateurs, durant ce même mois.

1. a. D'après les données, on a :

$$\begin{cases} 100x + 150y + 250z = e \\ 100x + 150y + 200z = m \\ 50x + 50y + 50z = l \end{cases}$$

Ce qui s'écrit sous forme matricielle : $\begin{pmatrix} 100 & 150 & 250 \\ 100 & 150 & 200 \\ 50 & 50 & 50 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} e \\ m \\ l \end{pmatrix}$ soit $A \times X = Y$.

b. Durant le mois de janvier 2018, l'entreprise a vendu 25 ordinateurs de type K, 40 ordina-

teurs de type L et 15 ordinateurs de type M, donc $X = \begin{pmatrix} 25 \\ 40 \\ 15 \end{pmatrix}$

$$Y = A \times X = \begin{pmatrix} 100 & 150 & 250 \\ 100 & 150 & 200 \\ 50 & 50 & 50 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 25 \\ 40 \\ 15 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 12250 \\ 11500 \\ 4000 \end{pmatrix}$$

Donc durant ce mois :

- le coût total des éléments matériels est de 12 250 € ;
- le coût total de la main d'œuvre est de 11 500 € ;
- le coût total de la livraison est de 4 000 €.

2. On considère la matrice $B = \begin{pmatrix} \frac{1}{50} & -\frac{1}{25} & \frac{3}{50} \\ -\frac{1}{25} & \frac{3}{50} & -\frac{1}{25} \\ \frac{1}{50} & -\frac{1}{50} & 0 \end{pmatrix}$.

a. À la calculatrice, on trouve : $B \times A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = I_3$, matrice identité d'ordre 3.

b. Si $A \times X = Y$, alors $B \times A \times X = B \times Y$, donc $I_3 \times X = B \times Y$, et donc $X = B \times Y$.

c. Durant le mois de février 2018, le coût total relatif à tous les ordinateurs vendus s'est élevé à 13 500 € pour les éléments matériels, 12 350 € pour la main d'œuvre et 4 150 € pour la livraison.

On a donc : $Y = \begin{pmatrix} 13500 \\ 12350 \\ 4150 \end{pmatrix}$.

$$X = B \times Y = \begin{pmatrix} \frac{1}{50} & -\frac{1}{25} & \frac{3}{50} \\ -\frac{1}{25} & \frac{3}{50} & -\frac{1}{25} \\ \frac{1}{50} & -\frac{1}{50} & 0 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 13500 \\ 12350 \\ 4150 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 25 \\ 35 \\ 23 \end{pmatrix}$$

On a donc vendu 25 ordinateurs de type K, 35 de type L, et 23 de type M en février 2018.