∾ Corrigé du baccalauréat STG Mercatique Polynésie ∾ juin 2008

EXERCICE 1 **4 points**

Question 1 : Diminuer de 20 % revient à multiplier par $1-0,20=0,80$; il faut trouver un coefficient k tel que $0,8\times k=1$ soit $k=\dfrac{1}{0,8}=\dfrac{10}{8}=\dfrac{5}{4}=1,25$. Il faut donc augmenter de 25 %. Réponse B.

Question 2 : le prix a donc été multiplié par 6, ce qui correspond à un taux de $6-1=5$ ou encore 500 %. Réponse B.

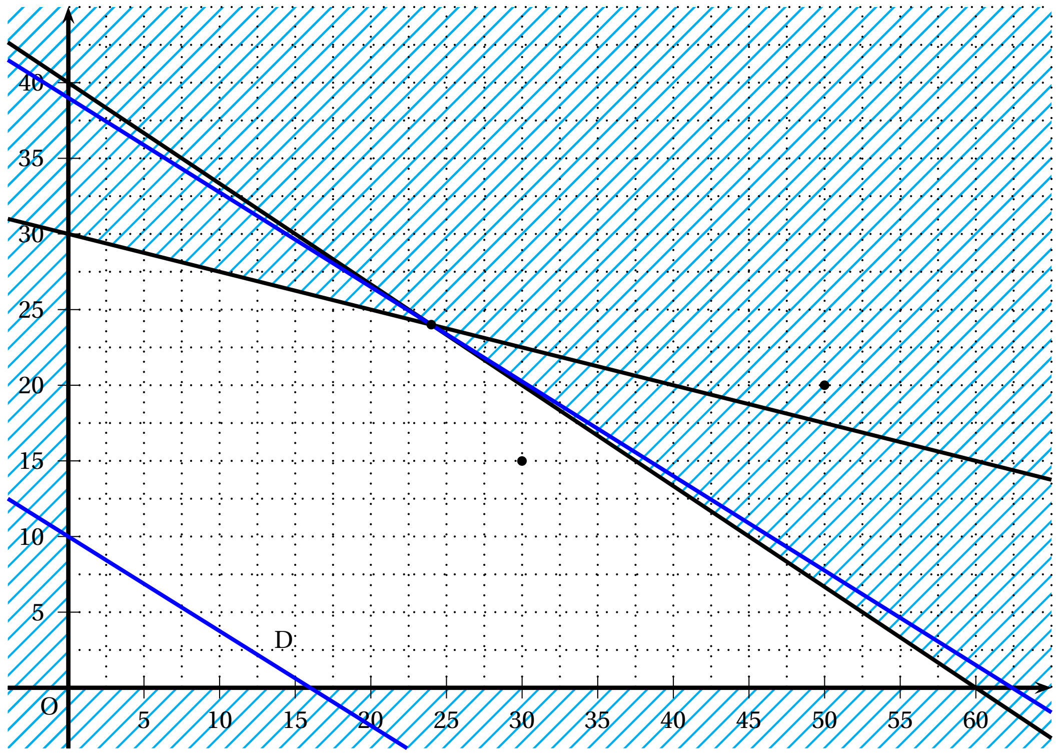
Question 3 :
Le taux d'évolution est égal à : $\dfrac{42\,000-25\,000}{25\,000}=\dfrac{17\,000}{25\,000}=0,68$. Réponse B.

Question 4 :
Le nombre d'internautes en 2002 était donc de :
$143,3\times 1,332=190,876$. Réponse B.

EXERCICE 2 **4 points**

Partie A :

1. Les emplacements : $2x+3y\leqslant 120$.
   Le temps : il y a 2 h = 120 min pour installer x exposants à 1 min et y à 4 min, d'où :
   $x+4y\leqslant 120$.
   Enfin les nombres x et y sont positifs. D'où le système : $\left\{\begin{array}{lcl} x & \geqslant & 0\\ y & \geqslant & 0\\ 2x+3y & \leqslant & 120\\ x+4y & \leqslant & 120\end{array}\right.$
2. $$\text{(S)}\left\{\begin{array}{lcl} x & \geqslant & 0\\ y & \geqslant & 0\\ y & \leqslant & -\dfrac{2}{3}x+40\\ y & \leqslant & -\dfrac{1}{4}x+30\end{array}\right.$$
   Le système proposé est équivalent à celui trouvé à la question 1.
   On trace les droites :
   D_1 : $x=0$;
   D_2 : $y=0$;
   D_3 : $y=-\frac{2}{3}x+40$;
   D_4 : $y=-\frac{1}{4}x+30$;
   Pour la première inéquation on prend le demi-plan à droite de D_1.
   Pour la deuxième inéquation on prend le demi-plan au dessus de D_2.
   Pour la troisième inéquation on prend le demi-plan de frontière D_3 qui ne contient pas O.
   Pour la quatrième inéquation on prend le demi-plan de frontière D_4 qui contient O.
3. Après avoir justifié le lien entre les questions 1 et 2, préciser si Monsieur François peut accueillir :
   a. Non le point (50 ; 20) n'appartient pas au domaine autorisé.
   b. Oui le point (30 ; 15) appartient au domaine autorisé.
   c. Oui le point (24 ; 24) appartient au domaine autorisé.



Partie B :

1. À 10 euros par voiture et 16 euros par fourgon la recette est égale à :
   $R(x) = 10x + 16y$.
2. Si $R(x) = 160$, alors $10x + 16y = 160$ ou encore en simplifiant par 16 et en isolant y :
   $y = -\dfrac{10}{16}x + \dfrac{160}{16}$ soit finalement $y = -\dfrac{5}{8}x + 10$.

   Les points correspondants à une recette appartiennent à la droite D d'équation $y = -\dfrac{5}{8}x + 10$.
3. **a.** Voir la figure.

   b. Si M est cette recette maximale alors $10x + 16y = M$ soit $y = -\dfrac{5}{8}x + \dfrac{M}{16}$ qui est encore l'équation d'une droite de coefficient directeur $-\dfrac{5}{8}$, c'est-à-dire parallèle à D.

   On trace donc la parallèle à D la plus « haute »(l'ordonnée à l'origine $\frac{M}{16}$ doit être la plus grande). On constate que cette droite passe par le point de coordonnées $(24 ; 24)$.

   c. On a donc $M = 24 \times 10 + 24 \times 16 = 624$ €.

EXERCICE 3 **6 points**

Partie A :

1. Ulysse : on ajoute 200 € tous les ans d'où la formule : =B2+200 ;
   Victor ajouter 3 % d'intérêts tous les ans c'est multiplier par 1,03, d'où la formule : =C2*1,03.
2. **a.** On a vu que $U_{n+1} = U_n + 200$, définition d'une suite arithmétique de premier terme $U_0 = 100$ et de raison 200.

   b. On a vu que $V_{n+1} = 1,03V_n$, définition d'une suite géométrique de premier terme $V_0 = 2\,000$ et de raison $1,03$.

3. À 5 ans $V_5 = 2\,000 \times 1,03^5 \approx 2\,318,55$ et $U_5 = 100 + 5 \times 200 = 1\,100$. Donc Victor a raison (approximativement !)
À 10 ans $V_{10} = 2\,000 \times 1,03^{10} \approx 2\,687,83$ et $U_{10} = 100 + 10 \times 200 = 2\,100$: le capital de Victor n'est pas le double de celui d'Ulysse.
4. **a.** On sait que $U_N = U_0 + n \times 200 = 100 + 200n$.
$V_n = V_0 \times 1,03^n = 2\,000 \times 1,03^n$.
b. A À 18 ans Victor aura $U_{18} = 100 + 200 \times 18 = 3\,700$ €.
À 18 ans Ulysse aura $V_{18} = 2\,000 \times 1,03^{18} \approx 3\,404,87$ €.
Seul Victor pourra s'acheter la moto.

Partie B :

1. $W_0 = 1$, $W_1 = W_0 + 2 = 1 + 2 = 3$;
$W_2 = W_1 + 4 = 3 + 4 = 7$, $W_3 = W_2 + 8 = 7 + 8 = 15$;
$W_4 = W_3 + 16 = 15 + 16 = 31$.
2. On a $W_n = 1 + 2 + 4 + \cdots + 2^n$: ceci est la somme des termes d'une suite géométrique de premier terme 1 et de raison 2, donc :
$W_n = \dfrac{1 - 2^{n+1}}{1 - 2} = \dfrac{1 - 2^{n+1}}{-1} = 2^{n+1} - 1$.
3. On a $W_{18} = 2^{18+1} - 1 = 524\,288 - 1 = 524\,287$.
Or $149 \times 3\,500 = 521\,500 < 524\,287$, donc effectivement Walter pourra acheter 149 motos à 3 500 euros.

EXERCICE 4 **6 points**

Partie 1 -Lecture graphique

1. R est une fonction affine donc sa représentation graphique est une droite.
2.

x	3	4	8
$C(x)$	10	15	70
$R(x)$	30	40	80

3. Il faut que la recette soit supérieure au coût de fabrication.
Les deux courbes ont en commun le point d'abscisse à peu près égale à 8,5.
Si $x < 805$, la recette est supérieure au coût de fabrication.
L'entreprise est bénéficiaire si elle fabrique au maximum 800 sacs.

Partie 2 :

1. On a $B(x) = R(x) - C(x) = 10x - \left(2x + \mathrm{e}^{0,5x}\right) = 8x - \mathrm{e}^{0,5x}$.
2. **a.** $B'(x) = 8 - 0,5\mathrm{e}^{0,5x}$.
b. Dans l'ensemble $[0\,;15]$, $B'(x) \leqslant 0$ équivaut à $8 - 0,5\mathrm{e}^{0,5x} \leqslant 0$ ou $8 \leqslant 0,5\mathrm{e}^{0,5x}$ ou encore $16 \leqslant \mathrm{e}^{0,5x}$ ou encore $\mathrm{e}^{0,5x} \geqslant 16$.
c. On termine la résolution de l'inéquation $\mathrm{e}^{0,5x} \geqslant 16$ soit en prenant le logarithme $0,5x \geqslant \ln 16$ et en multipliant par 2 $x \geqslant 2\ln(16) \approx 5,545$.
La fonction est donc décroissante sur $[2\ln(16)\ ;\ 15]$ et croissante sur $[0\ ;\ 2\ln(16)]$.

x	0		$2\ln(16)$		15
$B'(x)$		$+$	0	$-$	
$B(x)$	-1	↗	$\approx 28,36$	↘	$-1\,688$

d. La fonction est croissante puis décroissante : elle admet donc un maximum $B(2\ln(16)) \approx 28,361 \approx 28,36$.

3. Le bénéfice maximum est égal à $B(2\ln 16) \approx 28,36$ centaines d'euros soit environs 2 836 euros.