

## ∞ e3C n° 32 Terminale technologique ∞

### PARTIE I

Automatismes (5 points)

Sans calculatrice

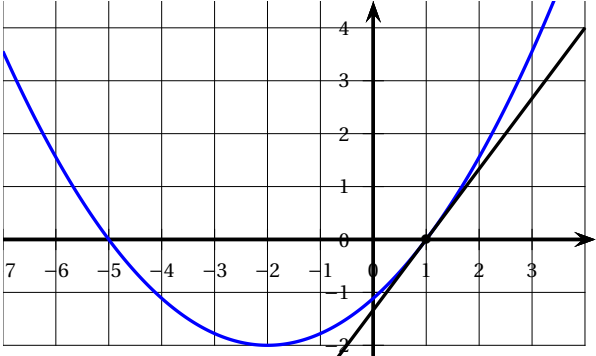
Durée : 20 minutes

#### Exercice 1

5 points

Pour chaque question, indiquer la réponse dans la case correspondante.  
Aucune justification n'est demandée.

	Énoncé	Réponse
1.	Donner la fraction irréductible égale à $\left(\frac{1}{2}\right)^2 - \frac{5}{4} \times 3$ .	
2.	Donner la forme développée et réduite de $3x(x+1) - (2x+3)^2$ .	
3.	Un prix baisse de 10% puis augmente de 10%. Quel est le pourcentage d'évolution global?	
4.	À partir de 2020, une population d'oiseaux rares diminue de 1,5% par an. Cette situation est modélisée par une suite $(u_n)$ où $u_n$ est le nombre d'oiseaux l'année 2020+n. Quelle est la nature de la suite $(u_n)$ ? Préciser sa raison.	
5.	Donner le tableau de signes de l'expression $4(x-1)(x+2)$ .	
6.	Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $4x^2 = 25$ .	
7.	Si la fonction $f$ est définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 2x^3 - 3x + 5$ , alors $f'(x) = \dots$	

<b>8.</b>	<p>Dans le repère ci-dessous, sont représentées la courbe représentative d'une fonction <math>f</math> et sa tangente au point d'abscisse 1.</p>  <p>Que vaut la dérivée de <math>f</math> en 1?</p>	
<b>9.</b>	<p>Dans le plan muni d'un repère, le point A de coordonnées <math>(-1; -7)</math> appartient-il à la courbe d'équation <math>y = 2x^2 + 4x - 1</math>?</p>	
<b>10.</b>	<p>La fonction <math>h</math> est définie sur <math>[1; 5]</math> par <math>h(x) = \frac{2}{x}</math>. Déterminer le coefficient directeur de la tangente à la courbe représentative de <math>h</math> au point d'abscisse 2.</p>	

**Partie II****Calculatrice autorisée selon la réglementation en vigueur****Cette partie est composée de trois exercices indépendants****EXERCICE 2****5 points**

Grâce aux progrès de la médecine, le taux de mortalité infantile a fortement diminué au cours du vingtième siècle. Le taux de mortalité infantile est le rapport entre, d'une part, le nombre d'enfants décédés à moins d'un an et, d'autre part, le nombre d'enfants vivants à la naissance. Le tableau ci-dessous présente l'évolution du taux de mortalité infantile en France entre 1905 et 1955, exprimé pour 1 000 naissances (‰).

Année ( $x_i$ )	Taux de mortalité infantile en ‰ ( $y_i$ )
1905	144,50
1910	118,60
1915	130,40
1920	123,30
1925	94,80
1930	83,80
1935	72,50
1940	91,40
1945	113,70
1950	52,00
1955	38,60

Source : INSEE, *Statistiques d'état civil*

1. Dans le repère de la feuille annexe, construire le nuage de points  $M_i(x_i; y_i)$  associé à ce tableau.
2. On peut observer une surmortalité infantile pendant les deux guerres mondiales, mais si on ne tient pas compte de ces périodes, un ajustement affine du nuage de points est envisageable.

On ne tient donc plus compte dans la suite de l'exercice des taux de mortalité infantile des années 1915, 1940 et 1945. À l'aide de la calculatrice, donner l'équation réduite de la droite d'ajustement de  $y$  en  $x$  obtenue par la méthode des moindres carrés. On arrondira les coefficients au dix-millième.

3. Dans la suite de l'exercice, on admet que la droite  $\Delta$  d'équation  $y = -2,018x + 3983$  réalise un ajustement affine convenable du nuage de points.
  - a. Construire la droite  $\Delta$  dans le repère de l'annexe en précisant les coordonnées des points utilisés pour la construction de cette droite.
  - b. En utilisant ce modèle, estimer par un calcul le taux de mortalité infantile en France en 1933.
  - c. Ce modèle pouvait-il encore être utilisé pour estimer le taux de mortalité infantile en France en 2000? Justifier la réponse.

**EXERCICE 3****5 points**

Au 31 décembre 2020, une plateforme de jeux en ligne sur abonnement compte 20,16 millions d'abonnés. Cette plateforme souhaite anticiper l'évolution du nombre d'abonnés dans les années futures. D'après une étude menée au cours des années précédentes, on peut admettre que le nombre d'abonnés augmente de 14 % par an.

On peut alors envisager de modéliser le nombre d'abonnés (en million) par une suite de premier terme 20,16.

1. Quel serait alors, avec ce modèle, le nombre d'abonnés au 31 décembre 2021 ?

Pour tout entier naturel  $n$ , on note  $u_n$  le nombre d'abonnés pour l'année  $(2020 + n)$  et on suppose que ce modèle reste valable pour les vingt prochaines années.

2. Précisez la nature et la raison de cette suite.
3. En déduire, pour tout entier naturel  $n$ , l'expression de  $u_n$  en fonction de  $n$ .
4. Calculer le nombre d'abonnés prévu au 31 décembre de l'année 2030. On arrondira la réponse au million.
5. Recopier et compléter la fonction `abonnes()` définie ci-dessous en langage Python afin qu'elle renvoie la première année où le nombre d'abonnés à la plateforme dépassera 100 millions et donner la valeur que renvoie ce programme.

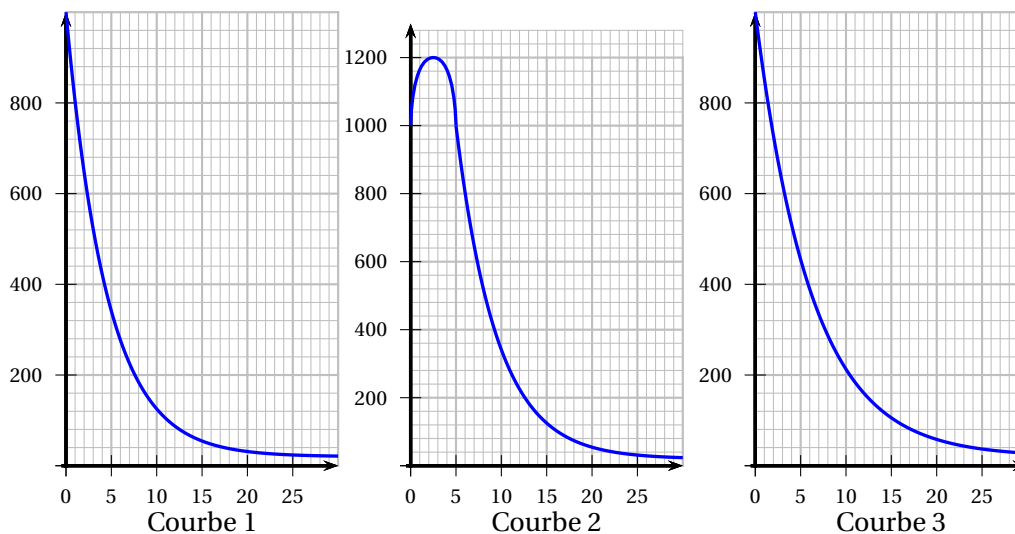
```
def abonnes() :  
    u= ...  
    n=0  
    while u< ..... :  
        u= ...  
        n=n+1  
    return ...
```

**EXERCICE 4****5 points**

Dans son atelier, un artisan dispose d'un four pour travailler le verre. À la fin de la fusion des pièces de verre, la température du four est de 1000 °C. L'artisan éteint alors le four. La température de l'atelier, de 20 °C, est supposée constante.

On s'intéresse à la phase de refroidissement du four.

1. Parmi les trois courbes suivantes, quelle est la seule qui peut correspondre à l'évolution de la température du four en fonction du temps exprimé en heure, à partir du moment où l'on a éteint le four? Argumenter la réponse.



On note  $t$  le temps (en heure) écoulé depuis l'instant où le four a été éteint. La température du four (en degré Celsius) est modélisée par une fonction  $f$  définie, pour tout nombre réel  $t$  positif, par :

$$f(t) = 980 \left(\frac{4}{5}\right)^t + k,$$

où  $k$  est un nombre réel.

2. Déterminer la valeur de  $k$  sachant qu'au bout de 10 heures la température du four est de 125 °C.

On considère à présent que, pour tout nombre réel  $t$  positif,

$$f(t) = 980 \left(\frac{4}{5}\right)^t + 20.$$

3. Justifier le sens de variation de la fonction  $f$ .
4. Pour ne pas abîmer les pièces de verre à l'intérieur du four il faut que la température du four, quand on l'ouvre, soit inférieure à 70 °C.  
Pourra-t-on ouvrir le four au bout de 8 h?
5. Déterminer au bout de combien d'heures le four pourra être ouvert sans risque pour les pièces de verre.

## ANNEXE à rendre avec la copie

### Exercice 2

