

Rencontre avec une fonction en sixième

François Drouin

[...] Il est cependant probable qu'il n'existait pas (chez les Anciens) un concept de fonction. Il est apparu essentiellement aux XVII^e et XVIII^e siècles, lorsqu'on a commencé à fabriquer des polynômes en algèbre, puis qu'avec ces polynômes, on a construit des fonctions plus générales. Mais le concept de fonction n'a été défini avec précision et de manière stricte que par Leibniz en 1695, semble-t-il. Et alors, quel prodigieux instrument pour exprimer le déterminisme des lois scientifiques ! Avant l'apparition de ce concept, il était pratiquement impossible de définir ce qu'est le déterminisme.

Autrement dit, les progrès scientifiques sont toujours subordonnés à la possibilité d'un instrument mental qui permette d'exprimer les correspondances, les régularités des choses.

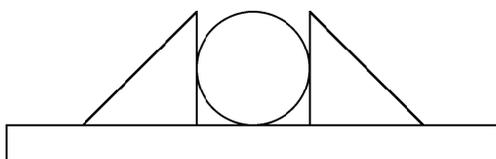
René Thom, 1991, cité dans « *L'algèbre mode d'emploi* » de Gérard Charrière (Fournitures et éditions scolaires du canton de Vaud 1995)

Pourtour d'un disque

François Drouin est professeur au collège « Les Avrils » 55300 SAINT MIHIEL

Je prépare, pour chaque groupe d'élèves, cinq disques en carton numérotés 1, 2, 3, 4 et 5.

Attention : Il faut veiller à ne pas choisir de disques dont le pourtour mesure plus de 30 cm, longueur maximale des règles graduées de mes élèves. Voici quelques exemples de rayons possibles : 2 cm, 2,5 cm, 3 cm, 3,8 cm, 4,2 cm.



Pour chaque disque, les élèves ont à mesurer le diamètre et la longueur du pourtour.

Les diamètres peuvent être mesurés en positionnant les disques entre deux équerres posées sur une règle graduée. Nous utilisons ici le fait que l'écartement de deux droites parallèles est constant. Cette caractérisation de deux droites parallèles est peu habituelle pour nos

élèves mais est présente dans les nouveaux programmes de l'école élémentaire et se doit d'être utilisée en classe de sixième.

Les longueurs des pourtours seront mesurés en faisant rouler les disques le long d'une règle graduée (une petite marque sur les disques aide à visualiser la fin du tour complet).

Question : lorsque les disques ont roulé un tour sur eux-mêmes, de combien de fois le diamètre ont-ils avancé ? L'enseignant recueille les propositions des élèves.

Les résultats sont rangés dans un tableau de valeurs semblable à celui de la page suivante, la dernière ligne est complétée (usage de la calculatrice). Nous prenons dès maintenant l'habitude de placer la grandeur qui varie dans la première ligne du tableau et la grandeur associée dans la deuxième.

	Disque 1	Disque 2	Disque 3	Disque 4	Disque 5
Diamètre (en cm)					
Longueur du pourtour (en cm)					
... \times Diamètre = Longueur du pourtour					

Une valeur moyenne des résultats de la dernière ligne est calculée (tant que des moyennes figureront sur les bulletins trimestriels, il ne me paraît pas scandaleux de faire faire ce type de calcul à mes élèves de sixième). Toutes les années où j'ai fait cette activité, la moyenne était proche de 3 et même dans la plupart des cas légèrement supérieure à 3.

Je propose ensuite au groupe un diamètre situé entre les diamètres des disques 1 et 2. En observant les valeurs du tableau, les élèves donnent une valeur approchée de la longueur du pourtour correspondant. La validation du résultat proposé se fait lors d'un temps de synthèse en utilisant la « valeur moyenne » calculée précédemment.

Les résultats du tableau de valeur sont placés dans un repère tracé sur une feuille de papier millimétré. Les valeurs des diamètres (ce qui varie) sont placés en abscisse, les valeurs des pourtours (la grandeur qui est fonction des diamètres) sont placées en ordonnée.

Question : que pouvez-vous dire des points représentant les valeurs du tableau ?

Selon les précisions des mesures, l'alignement n'est pas immédiat. Chez les élèves soigneux et précis, il apparaît et la droite semble passer par l'origine. La considération d'un disque réduit à un

point permet de lever le doute. Une droite plausible est alors tracée et je propose de nouveau la même valeur que précédemment pour le diamètre (voisine de la moyenne des diamètres des disques 1 et 2). Les résultats repérés avec le graphique sont comparés avec ceux repérés précédemment grâce au tableau.

Tableau et graphique montrent le lien entre diamètre et longueur du pourtour d'un disque : celle-ci semble être un peu plus de 3 fois plus grande que le diamètre. Nous pouvons alors préciser que ce nombre « un peu plus grand que 3 » est noté « π » et son écriture décimale commence par 3,14159... (écriture trouvée par des calculs et non en faisant rouler des disques).

Les élèves abordent l'écriture symbolique : « $p = \pi \times d$ » puis refont le tableau de valeurs et la représentation directement liés à cette formule.

Cette approche permet de ne pas donner la formule « toute faite » et de montrer comment un ordre de grandeur de π peut être trouvé.

De plus, les tableaux de valeurs, les représentations graphiques et l'écriture symbolique rencontrés dans l'activité permettent une rencontre avec une fonction liée à une situation de proportionnalité.

Ce travail prend du temps, mais la classe



Partageons nos expériences

de sixième est pratiquement la seule qui nous permette de prendre ce temps.

Les difficultés rencontrées l'ont été lors de la création des graphiques (les élèves ont l'habitude d'y placer des nombres entiers et peinent encore lors de l'usage de « nombres à virgule »). La difficulté des multiplications et divisions des nombres décimaux est contournée grâce à l'usage de la calculatrice. Le complément de la troisième ligne du tableau n'est pas immédiat, mais nous rencontrons ici une situation où l'élève doit comprendre qu'une division s'impose.

Les mathématiques rencontrées sont d'abord expérimentales puis modélisées puis formalisées. Nous sommes proches,

me semble-t-il, de ce qui fait la richesse de la physique...

NDLR : il est également possible de distribuer aux élèves divers objets cylindriques et un ruban de couturière (lequel se déniche facilement dans une grande surface suédoise spécialisée dans l'ameublement). Les élèves pourront alors mesurer la longueur du contour de la base à l'aide de ce ruban.

Au présent numéro de PLOT est annexé un numéro spécial conjoint des revues
Math-Jeunes et Math-Jeunes Junior

publiées par la Société Belge des Professeurs de Mathématique d'expression française.

Math-Jeunes est destinée aux élèves du lycée intéressés par les mathématiques. En plus de rubriques récurrentes, chaque numéro est consacré à un thème particulier. En 2006-2007 : la cartographie, les nombres, les jeux.

Math-Jeunes Junior est destinée aux élèves du collège et, à côté d'articles variés, elle comporte des rubriques telles que jeux, math-quiz, etc.

L'abonnement à chaque revue comprend trois numéros annuels, à paraître en novembre 2006, janvier-février 2007 et mars-avril 2007.

Prix : 8 euros pour l'abonnement annuel à une revue, à verser à l'APMEP.

Abonnez vos élèves et exploitez cette documentation avec eux !