

Comment faire des maths sans le savoir

Aspects insoupçonnés du CHAT de Philippe Geluck

par Daniel JUSTENS

Introduction

La lecture de bandes dessinées est entrée dans les mœurs et la BD a intégré totalement notre culture. Le public cible (apparent) des productions actuelles n'est plus la seule jeunesse et seules passent d'ailleurs l'épreuve du temps en bénéficiant de rééditions régulières, les bandes dessinées autorisant plusieurs niveaux de lecture comme Tintin, Black et Mortimer ou Astérix¹.

Parallèlement à ces classiques, on a vu apparaître progressivement un type de strips plus courts à messages à la fois philosophiques et humoristiques. L'usage du dessin, le recours à l'humour iconique et verbal, les jeux de mots, les interpénétrations graphico-scripturales permettent l'abord de domaines graves et autorisent une liberté de penser tout à fait remarquable et même dans un certain sens unique en littérature, ce qui tend à montrer, et cela peut paraître surprenant, que la majorité de notre population n'est pas encore capable d'accepter un discours direct sans truchement. Le temps des Gulliver, des fables animalières et des voyages dans les états de la lune et du soleil, si chers à Cyrano n'est pas encore révolu.

Le Chat de Philippe Geluck est de cette trempe. Tous les problèmes importants de notre société, toutes les angoisses métaphysiques liées à la perception et à la conscience de notre finitude, y sont abordés régulièrement avec lucidité. Seul l'humour autorise aujourd'hui encore cette liberté de ton et ce réalisme cru vis-à-vis de la mort, de la religion, des problèmes existentiels.

C'est qu'aujourd'hui encore, la langue de bois est toujours de mise. Certaines questions fondamentales ne peuvent pas être posées. Certaines réalités implicites ne peuvent pas être mises en évidence. En tout cas pas sérieusement.

¹ En sera-t-il de même du tout dernier titre ?

C'est l'apparence de futilité de la BD qui permet ces incursions dans les domaines tabou et qui en assure la profondeur. Paradoxal ? Pas vraiment : les fous du roi ont toujours eu la liberté d'étaler des vérités désagréables. Ils ont toute licence pour aborder les domaines les plus dérangeants sans que s'ensuivent ressentiments ou châtements.

Voilà donc le monde paradoxal de la bande dessinée à idées : un univers plus sérieux que le monde réel, qui peut faire rire sans retenue, et faire réfléchir simultanément.

Les raisonnements de notre Chat sont à ce titre plus qu'intéressants. Certes ils apportent idées, paradoxes ou critiques sévères. Mais ils sont aussi tous interprétables au point de vue de la logique mathématique et leur interprétation est loin de se révéler sans apports.

Allons plus loin : il n'y a pas que de la logique dans les aventures félines. Ayant pour mission de n'éviter aucun domaine générateur d'angoisse, le Chat se devait évidemment de traiter de toutes les mathématiques, sources de terreur de nos chères têtes blondes et causes systématiques, paraît-il, de tant de nuits blanches.

Ce sont tous ces passages par la mathématique sévère² que nous analysons dans ce petit article.

Mathématiques et mathématiciens

Quels sont les liens personnels de Philippe Geluck avec les mathématiques ?

Dans l'une de ses encyclopédies universelles³, Philippe Geluck nous divertit d'une autobiographie fantaisiste⁴ dans laquelle son enfance malheureuse en Bulgarie est abondamment illustrée de photographies poignantes. Parmi celles-ci deux clichés (sur huit) se réfèrent à sa vie scolaire. Et l'une de ces deux photographies représente *un camarade de classe l'aidant à résoudre un problème de mathématique (à gauche)*. La dernière précision est très loin d'être inutile : le cliché représentant⁵ en effet un enfant effectuant un calcul au tableau (forcément noir : il faut ajouter au sinistre du propos) aux côtés d'un adulte sérieux, véritable archétype du « prof de maths », chauve, souriant sadiquement devant les difficultés de sa jeune victime.

² Selon le mot de Lautréamont dans ses «*Chants de Maldoror*».

³ Il s'agit *D'un peu de tout*. Casterman 1992.

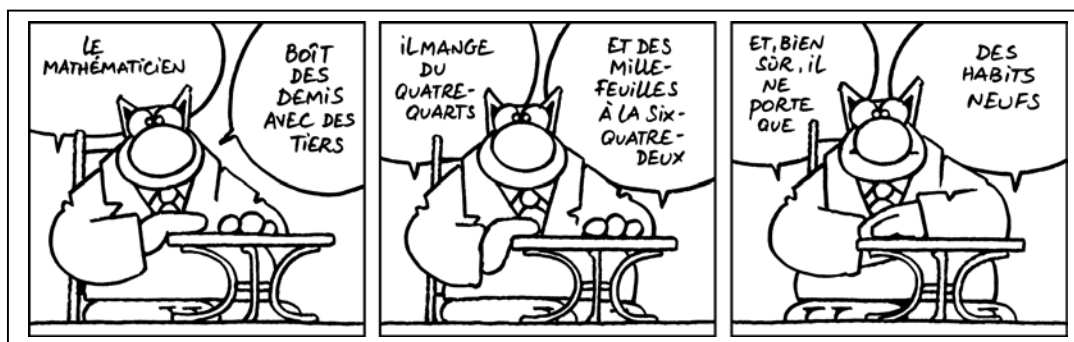
⁴ Jusqu'à quel point ? Mais il s'agit là d'un problème propre à éveiller les délires d'un psychanalyste et ceci sort manifestement de notre propos.

⁵ Page 5.

Mais que sont véritablement les mathématiques ?

On peut par ailleurs s'interroger valablement : sont-ce les mathématiques qui provoquent horreur et répulsion ... ou cet ostracisme frappe-t-il uniquement les mathématiciens. Voilà que nous touchons à la difficulté essentielle : qu'est-ce que la mathématique, ou encore : quelle est l'activité du mathématicien⁶ ?

Philippe Geluck nous délivre de l'angoisse métaphysique liée à l'absence de réponse cohérente à cette question fondamentale en spécifiant avec justesse (*Et vous, chat va ?* page 17) :



Cela a au moins le mérite d'être clair et de clore le débat.

Quelques mathématiciens célèbres ou en passe de le devenir⁷ :

On trouve plus d'un mathématicien dans l'œuvre geluckienne. Ainsi dans *Le petit Roger*⁸ nous fournit-il une biographie étonnante du pseudo-mathématicien Rémi Belleau⁹.

Historien et mathématicien norvégien. C'est lui qui, depuis plusieurs années attire notre attention sur le fait que le 3^e millénaire ne commence pas le premier janvier 2000 mais bien le 1^{er} janvier 2001. Pour parfaitement exacte que soit cette donnée, elle nous flanque pourtant un sacré choc au moral. Parce que alors, du coup, le paléolithique moyen dont on nous avait dit qu'il s'étendait de -75 000 à -35 000 n'a commencé en réalité que le 1^{er} janvier -74 999 pour s'achever le 31 décembre -34 999. On s'est bien foutu de notre gueule en tout cas¹⁰ !

⁶ Une boutade célèbre, citée à de nombreuses reprises, confine la question à la tautologie : mathématique = activité du mathématicien.

⁷ Grâce au *Chat* ?

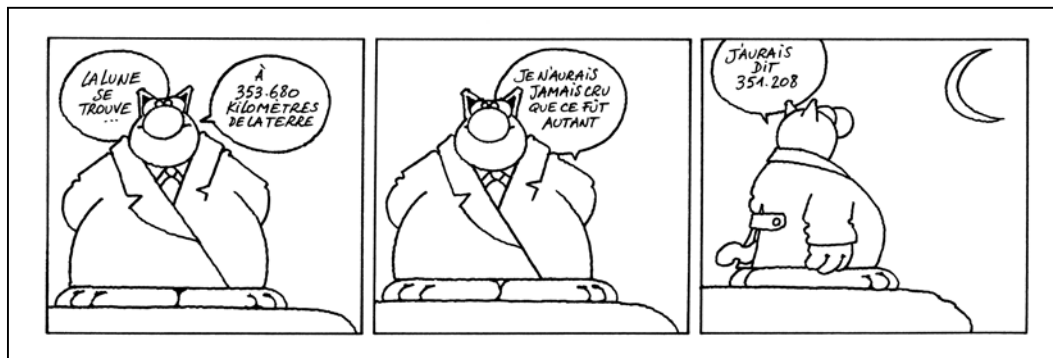
⁸ Page 12.

⁹ En réalité Rémi Belleau fut ce poète français, ami et contemporain de Ronsard, né en 1527 et décédé à Paris en 1577, auteur de *La bergerie* (1572), des *Amours et nouveaux échanges de pierres précieuses* (1576) et de la comédie *La reconnue* ((1564).

¹⁰ On peut remarquer ici que le sujet fut effectivement débattu largement lors du passage au 21^e siècle.

Le texte est drôle mais il est loin d'être sans fondement et peut susciter réflexions et débats. La notion d'ordre de grandeur¹¹ qui est abordée avec humour et dérision dans ce petit article fera plus tard l'objet du titre d'un recueil : *Le chat 1999,9999*. La première édition du recueil (dans *Le double Chat*) portait en outre un autocollant stipulant dans le même esprit : 99,9% inédit. La même dérision se trouvait déjà dans Tintin¹² (auquel Geluck rend de fréquents hommages dans son œuvre).

Toujours dans le même ordre (de grandeur ?) on peut citer le triptyque suivant que l'on retrouve dans *Le 4^e Chat* :



Passons à de véritables personnalités mathématiciennes présentes dans les *Encyclopédies universelles* et très personnelles de l'auteur. Dans *Un peu de tout*¹³, Philippe Geluck nous donne sa définition du « wolfram » :

Wolfram : nom masculin. Du nom de son inventeur, Kurt¹⁴ Wolfram. Un wolfram est un petit appareil permettant de reconnaître de premier coup un type qui sait ce que c'est qu'un wolfram d'un type qui ne le sait pas. On procède de la sorte. Sortez le wolfram de sa boîte. Si la personne qui se trouve en face de vous vous demande ce que c'est, vous avez affaire à quelqu'un qui ne sait pas ce que c'est qu'un wolfram. S'il ne vous demande rien, c'est qu'il le sait (ou qu'il s'en fout).

Remarquons ici le contenu logique de la définition et surtout son rapport avec les fondements des mathématiques et les définitions autoréférentes. On sait par exemple que le calcul des probabilités n'en a pas toujours été exempt. Mais qu'en est-il du véritable Wolfram : né en 1959 en Angleterre, il soutint sa thèse

¹¹ Une notion bien souvent mal comprise.

¹² Nous invitons le lecteur à ouvrir *L'étoile mystérieuse* à la page 6 pour y découvrir le même type d'allusion (vignette B1).

¹³ Page 76.

¹⁴ Le véritable prénom de Wolfram est Steven. Mais le choix de Kurt n'est pas innocent puisqu'il s'agit du prénom de Gödel, l'inventeur du théorème d'incomplétude, et que la définition proposée, comme le point de départ du théorème, est une proposition autoréférente.

de doctorat en physique des particules élémentaires à l'âge de 20 ans. Il se consacra ensuite à la conception du célèbre logiciel *Mathematica*.

Reprenons ce même *Petit Roger*, ouvrage de référence vivement conseillé. Notre auteur n'hésite pas à inclure dans son indispensable encyclopédie le célèbre mathématicien Ernst Zermelo dont l'activité véritable est une fois encore voilée pudiquement : l'abus de mathématique et de mathématiciens peut nuire à la santé (mentale).

L'éminent chercheur, le génial découvreur des fondements de la mathématique est élevé ici à la dignité d'un¹⁵ :

Sculpteur panaméen né à Düsseldorf en 1931. Il eut la révélation de sa vocation en visitant Bruxelles à l'âge de 14 ans. Fasciné par la statue de Manneken-Pis, il s'obstina à revisiter les grandes œuvres de la statuaire mondiale sous l'angle de la figurine bruxelloise. C'est à lui que l'on doit le Davideken-Pis de Michel-Ange à Florence, le Vénuseken-Pis de Milo¹⁶ et la Pietà'eken-Pis à Rome.

Ernst Zermelo¹⁷, l'authentique, né à Berlin en 1871 et mort à Freiburg im Breisgau en 1953, est entré dans l'histoire des mathématiques pour son « axiomatique de la théorie des ensembles » parue en 1908, comprenant le fameux *axiome du choix* dont nous donnons ici une version simplifiée :

« Tout ensemble peut être bien ordonné »

Est-ce à ce très célèbre axiome du choix que Geluck fait allusion quand il affirme (*Le Chat* page 31) ?

Les choses moches, il vaut mieux les regarder par deux. Parce qu'il y en a toujours une qui est moins moche que l'autre.

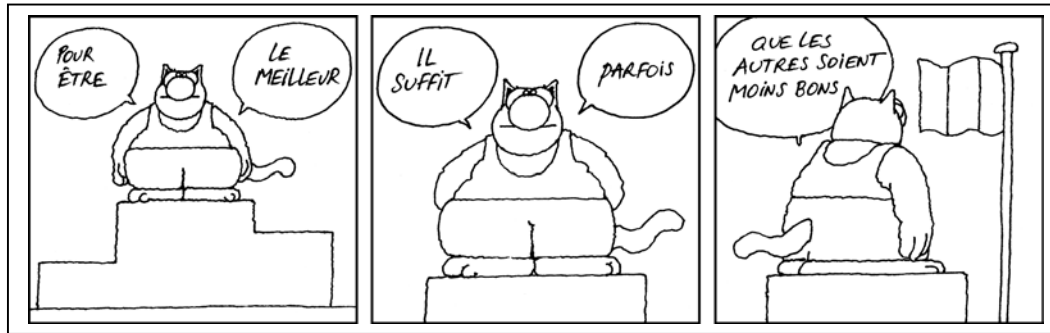
Cette obsession de l'ordre¹⁸ se retrouvait déjà quelques pages avant (*Le chat* page 10) dans le même album :

¹⁵ Page 76 également mais dans un autre livre. Le choix de l'introduction de deux mathématiciens dans deux ouvrages complémentaires à la même page est-il totalement du au hasard ? Nous nous interrogeons sur les propriétés de ce nombre magique qui semble-t-il a profondément marqué notre auteur.

¹⁶ Nous verrons que cette dernière joue un rôle récurrent dans l'œuvre geluckienne.

¹⁷ Zermelo n'était pas de santé bien robuste mais il n'en agit pas moins avec un courage remarquable et une lucidité admirable. Ainsi en 1935, lors de la prise de pouvoir (par voies démocratiques !) des nazis a-t-il démissionné de sa chaire honorifique à l'université de Freiburg im Breisgau. Il fut réintégré en 1946.

¹⁸ Au sens mathématique évidemment...



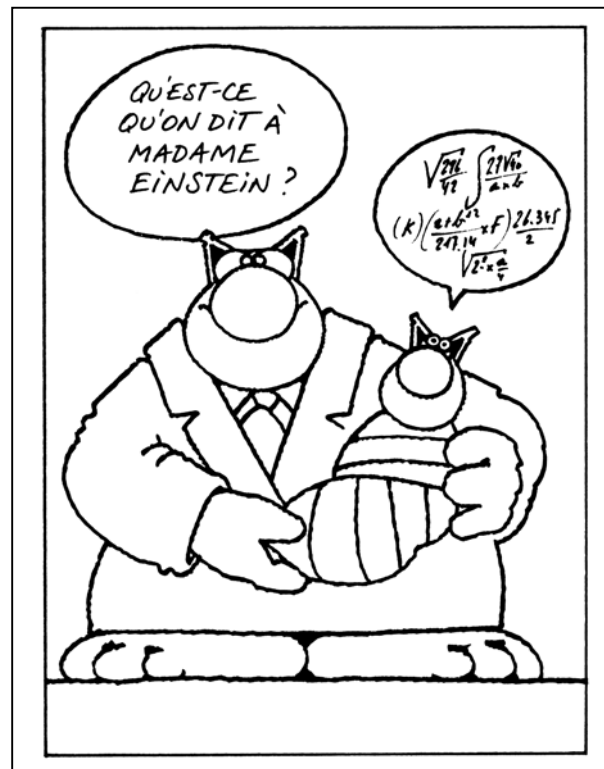
Le problème de l'existence d'un ordre semble donc réglé. Mais le Chat accepte-t-il irrémédiablement et définitivement l'axiome du choix ? On peut encore en douter. Dans *Le Chat à Malibu* (page 64), notre félidé perplexe y propose une alternative intéressante (enfin je crois ...) :

Je connais un type qui est tellement fort qu'il est même plus fort que ceux qui sont plus forts que lui. Enfin je crois ...

Voilà qui n'est pas sans rappeler le paradoxe de Condorcet¹⁹.

Rôle social des mathématiques

Nous avons déjà dénoncé à plusieurs reprises le rôle de sélection que l'on attribue aux mathématiques. Pour certains, être « fort en math » est synonyme d'être intelligent. Nous ne partageons pas cet avis²⁰. Mais le Chat semble quant à lui partager l'opinion commune. Dans *Le Chat au Congo*, l'enfant surdoué est celui qui s'exprime par symboles mathématiques abscons (page 15). Philippe Geluck a repris la vignette dans son « best of » *Entrechats* (page 40) en modifiant quelque peu la légende : la maman fière de son rejeton s'exclame ici :



¹⁹ Pour une présentation simple et rationnelle du paradoxe de Condorcet et pour le célèbre Théorème d'Arrow, nous conseillons l'article de Douglas Blair et Robert Pollak « La logique du choix collectif », dans *Les dossiers pour la science : les mathématiques sociales*, Juillet 1999.

²⁰ Voir « Littérature en mathématiques et réciproquement », dans *Idioma*, 10, 1998, page 48.

Ce même Einstein sera encore présent (en tant que référent) quand le Chat avouera son faible niveau mathématique (*Le Chat à Malibu*, page 16) :

Moi, à l'école, en algèbre, j'étais du genre Einstein. Mais plutôt Frank qu'Albert.

Arithmétique

Commençons par quelques opérations élémentaires. Dans son encyclopédie Universelle *Un peu de tout* (page 24), l'auteur nous pose cette question fondamentale :

Combien d'os y-a-t-il dans une Vénus ?

La réponse nous est donnée par la Vénus elle-même, scannée aux rayons X : 1000 ! L'album se caractérise par une débauche de Vénus diverses dont elles deviennent la représentation emblématique essentielle.

Les successions de calculs obsèdent néanmoins notre chat. Inlassablement, il part à la recherche de relations inexistantes et certains de ses calculs ne sont pas sans rappeler les recherches ésotériques qui tendaient obstinément à tirer toutes les constantes physiques de notre univers des dimensions de la grande pyramide. Ainsi dans *Le chat* (page 19), propose-t-il l'approximation suivante qui peut déboucher, en classe, sur une amusante question de type choix multiple²¹ :

Multiplions 1986²² par mon âge (35 ans). Divisons le résultat obtenu par la température ambiante. Ajoutons-y l'heure exacte (4 heures) et la racine carrée de ma consommation d'eau de gaz et d'électricité²³. Divisons le chiffre obtenu par ma taille à la naissance. Nous obtenons le poids actuel de mon frère jumeau. A trois kilos près. C'est renversant²⁴.

Un autre exercice mêlant cette fois arithmétique élémentaire, culture générale et à peu près phonologique se trouve dans *Le Chat 1999,9999* (page 38) :

²¹ On peut en effet proposer un choix de formules sensées représenter les opérations successives de notre félin favori et espérer les réactions des élèves...

²² Année de parution de l'ouvrage.

²³ Ici in convient de trouver une unité de mesure cohérente. Pourquoi pas le montant de la facture ?

²⁴ Notre chat introduit ici la notion de précision d'une mesure, un autre problème non trivial en statistique.

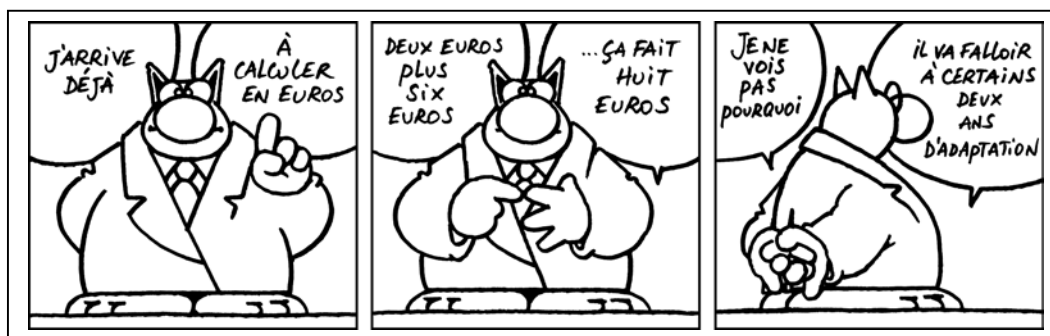
L'année de naissance de Rembrandt moins l'année de naissance de Rubens moins l'âge de Picasso en 1903 égal la ville natale de Valéry. Crevant non ? Bien sûr (et je m'en excuse) ce n'est pas à la portée de tous²⁵.

Un autre débat d'importance fait encore rage au sein de la communauté mathématicienne : faut-il tolérer l'usage des calculatrices électroniques²⁶ ? A cette interrogation essentielle, le chat répond :

Oui ! il est possible d'initier l'enfant au calcul mental au moyen de calculatrices électroniques. Deux calculatrices électroniques plus trois calculatrices électroniques égal cinq calculatrices électroniques. (Je vérifie²⁷).

Peut-on encore douter de son bon sens inné ?

Le passage à la monnaie européenne est également générateur de calculs et de confusions. Par pour notre félicidé (*Le Chat est content* page 45) :



Linéarité

La règle de trois est enseignée dès l'école primaire. Elle est fondamentale. Mais il est frappant de constater à quel point l'enseignement systématique et répété de la technique de calcul dissimule l'hypothèse essentielle sous-jacente : à savoir la linéarité vectorielle, et ne retient que le drill.

Sans même aller jusqu'à présenter l'utilisation abusive et régulière de la règle de trois dans bien des cas non linéaires, abordons ici la simple linéarité affine. Hélas ! notre chat tomberait-il dans le panneau en affirmant (*L'affaire le Chat* page 18) ?

²⁵ La possession d'une petite encyclopédie suffit. Rembrandt est né en 1606, Rubens en 1577. Quant à Picasso, né en 1881, il avait 22 ans en 1903. On calcule donc : $1606 - 1577 - 22 = 7$ (Sète).

²⁶ Certains auteurs recommandent l'usage du terme « calculette ».

²⁷ Au moyen d'une calculatrice électronique évidemment.



Certes, les mathématiciens font la différence entre la droite vectorielle²⁸ $y = 2x$ et la droite affine $y = 1+x$. Mais l'affirmation féline est plus subtile. Il considère que l'homme à moitié averti a même capacité que l'homme dénué de tout avertissement. Il nous livre donc une fonction affine par morceau représentée par un segment d'horizontale $y=1$ pour $0 < x < 0.5$ et par la droite $y=2x$ pour $x > 0.5$

Notions de continu, d'infini, d'infiniment petit

Le lien entre la physique expérimentale et les modèles mathématiques est parfois difficile à établir. En quoi notre conception et notre modélisation du réel est-elle une représentation fiable de ce dernier ? D'un autre côté, de quels autres moyens disposons-nous pour appréhender rationnellement notre monde : la démarche scientifique conciliant réflexion théorique et ajustement aux observations (à toutes les observations) semble bien la seule voie.

En particulier : l'univers est-il continu ? Cette question impertinente jusqu'il y a peu mérite aujourd'hui d'être posée à la lumière des derniers développements théoriques de la gravitation quantique à boucles²⁹. Depuis Cantor, l'hypothèse du continu en mathématique avait fait couler (cet écoulement était-il continu ou discret ?) beaucoup d'encre. Apparemment il en sera de même en physique.

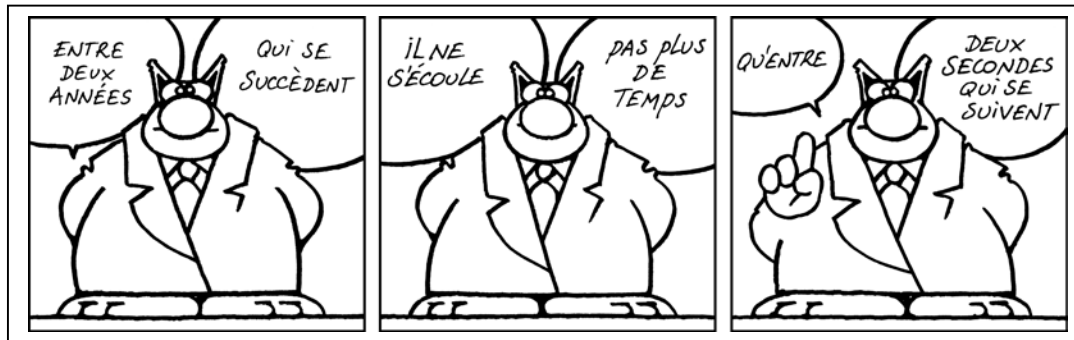
Dans le cadre d'une modélisation continue pour l'espace et le temps, notre félidé peut affirmer sans crainte (*Ma langue au Chat* page 30) :

La moitié d'un tas de sable, c'est aussi un tas de sable. De même qu'un demi trou est un trou entier. Tout comme une partie d'instant est un instant complet.

²⁸ En notant x la quantité d'avertissement et y la valeur de l'homme ... si tant est que cela puisse avoir un sens.

²⁹ Pour le lecteur intéressé, nous conseillons la lecture de l'article « Des atomes d'espace et de temps » de Lee Smolin dans le magazine *Pour la science*, 316, de février 2004, pages 46 à 55.

Alors que chacune de ces affirmations peut être infirmée dans le cadre discret ou granulaire pour utiliser la terminologie à la mode. Posons-nous utilement la question à propos de la pensée qui suit (*Ma langue au Chat*, page 20). Comment l'interpréter dans le même contexte théorique de la continuité ? Comment la comprendre dans un univers quantique ?



Passons résolument en univers discret, quantique ! L'hypothèse des grains de volume et de temps indivisibles nous fait abandonner le domaine mathématique continu pour le dénombrable, plus accessible apparemment. Dans ce cas, peut-être l'affirmation péremptoire suivante a-t-elle un sens (*Le chat*, page 54) ?

On ne pourra jamais compter toutes les étoiles qui nous entourent. De toute façon, ce serait inutile. Il suffit d'en compter la moitié et de multiplier par deux.

En tablant sur une dimension « temps » de type dénombrable, il peut paraître intéressant de collectionner et de thésauriser des grains de futur pour s'assurer un devenir. Alors pourquoi ne pas adopter le raisonnement suivant (*La vengeance du Chat*, page 13) :

Un gars qui travaille au millième de seconde gagne 0,0032 seconde par photo sur un gars qui travaille au trentième. Sur un photo c'est pas énorme, mais sur 1000 photos ça fait 32 secondes. Alors sur toute une carrière ...

La question de la continuité de l'espace et du temps n'est pas la seule qui interpelle notre conscience et notre raison. On peut également s'interroger valablement sur la finitude ou l'infinitude de notre univers et du temps. Les réponses à ces questions ont toujours semblé évidentes au plus grand nombre. Elles ont néanmoins varié au cours du temps. Jusqu'à la fin du Moyen-Âge, la finitude avait la préférence et l'on se rappelle du sort peu enviable réservé aux hérétiques³⁰ qui parlaient d'infini. Depuis, et malgré la description relativiste générale d'Einstein (encore lui !) qui autorise la conception d'un univers tordu par la présence de matière et replié sur lui-même, l'homme de la rue a tendance

³⁰ Prenons le cas de Giordano Bruno.

à affirmer péremptoirement l'infinitude de l'espace-temps. Notre chat opte pour cette option (*Le Chat est content*, page 3) :



Par contre, mathématiquement³¹, dans un espace-temps infini, on peut contester l'affirmation qui suit (*Le Chat 1999,9999*, page 28) :

*Dans le passé il y avait plus de futur que maintenant*³².

Statistique et calcul des probabilités

La statistique descriptive élémentaire est évidemment présente sous la forme usuelle de graphiques classiques. Des jeux de mots jouant sur la confusion des notions ajoutent encore à l'effet comique. Ainsi dans *Le Chat 1999,9999* (page 30) peut-on lire :

*Les petits revenus réclament une augmentation. Et il semble que satisfaction leur soit donnée : le nombre de petits revenus augmente sans cesse*³³.

Mais l'intérêt de notre félin pour la statistique va beaucoup plus loin. On découvre ainsi au fil des albums une attirance particulière pour la notion de médiane d'une série statistique. On n'en trouve pas moins de quatre définitions dans l'œuvre à ce jour inachevée, ce qui nous permet d'affirmer : et ce n'est pas fini !

Passons de la moins évidente³⁴ à la plus rigoureuse³⁵. Dans *Le Chat 1999,9999* (page 21), il n'hésite pas à affirmer :

³¹ Si l'on s'en réfère aux travaux de Cantor.

³² Je dois dire que j'aurais écrit moi : *dans le passé il y avait plus de futur que dans le présent*.

³³ Notons ici l'allusion au *Diable boiteux* de Sacha Guitry. Talleyrand s'adressant à ses domestiques : *Messieurs, j'ai pris la détermination de vous augmenter à la fin du mois. Vous êtes quatre, vous serez cinq désormais*.

³⁴ Il n'est pas totalement trivial de formaliser la notion à partir de cette première description.

³⁵ Si tant est que l'on puisse parler de rigueur avec notre coupeur de cheveux en quatre.

Il y a un proverbe chinois qui dit : le nord du sud est plus au sud que le sud du nord. Pfffouu !

Et l'on retrouve encore et toujours cette obsession de la nécessité de l'existence d'un ordre si cher à Zermelo. De la même eau est la proposition suivante, non exempte de relents bibliques extraite du *Chat a encore frappé* (page 24) :

Notons que si les premiers seront les derniers et que les derniers seront les premiers, ça ne change strictement rien pour ceux qui sont au milieu.

Plus claire, statistiquement parlant, est la version du *Chat à Malibu* (page 74). La définition est plus arithmétique aussi et agréablement didactique puisqu'elle procède par l'exemple et numériquement³⁶. On peut lire en effet :



Mais la plus belle définition, la plus générale et la plus proche de l'esprit même de la notion de médiane nous est donnée dans *L'avenir du Chat* (page 40) :

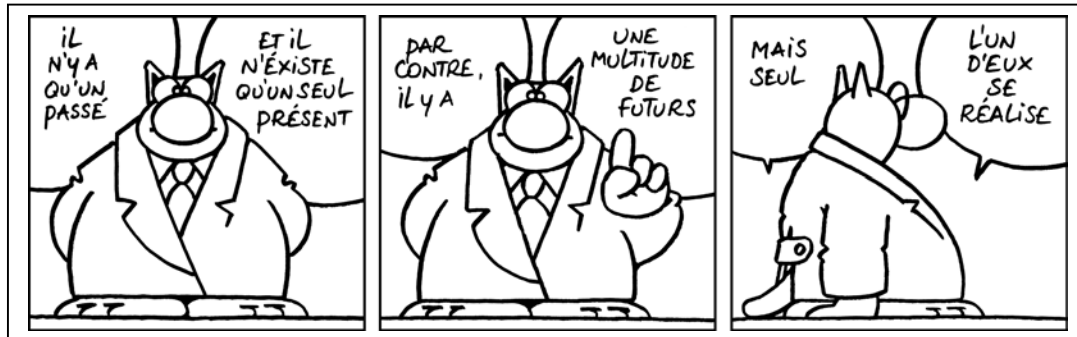
Il y a les malins et les pas malins. Et le moins malin des malins n'est pas beaucoup plus malin que le plus malin des pas malins. Mais en cas de nombre impair, il peut être les deux à la fois.

On note ici, dans un souci de généralité, la référence à la parité ou non de l'effectif qui influence en effet la formulation mathématique de la médiane.

Le Chat aborde également la célèbre méthode dite *de Monte Carlo* qui propose la résolution de problèmes trop complexes, par la simulation d'un grand nombre de futurs possibles compatibles avec une modélisation probabiliste sensée représenter raisonnablement l'univers dans lequel on va évoluer. Pour certains problèmes réels, trop sophistiqués, on est donc contraint de renoncer à une résolution mathématico-probabiliste, cette dernière étant souvent impossible théoriquement, et de se contenter d'une analyse statistique de résultats bruts

³⁶ Le cas traité limite la définition au cas d'un effectif. Nous allons constater que la définition suivante est plus générale.

obtenus par la considération d'un grand nombre de trajectoires possibles dans l'espace des futurs compatibles avec le modèle. Mais une seule de ces trajectoires (dans le meilleur des cas³⁷) se réalisera effectivement. Notre chat pitre en est conscient (*Et vous, chat va ?* page 24) quand il affirme :



Le chat de Schrödinger

La théorie de l'information³⁸ vient tout récemment de mettre un terme au célèbre paradoxe du chat (tiens ! le même animal : il ne peut que s'agir d'un hasard) de Schrödinger³⁹.

Pour mémoire, vers 1935, le célèbre physicien avait proposé une fable destinée à faire comprendre (?) la notion d'état quantique aux béotiens⁴⁰. Erwin Schrödinger proposait ainsi d'enfermer (virtuellement heureusement !) un chat avec un atome radioactif dont la désintégration commanderait un dispositif mortel pour le chat. Il est théoriquement impossible de prédire quand l'atome va se désintégrer. En l'absence d'observation, l'atome se trouve donc dans une « superposition d'états », à la fois désintégré et non désintégré. Le chat dont le vie dépend de cette éventuelle désintégration est donc théoriquement et simultanément mort et vivant...

Ce paradoxe disparaît dans le cadre de la théorie de l'information : le chat est soit vivant, soit mort mais on ne dispose pas de l'information permettant de le savoir.

³⁷ Si notre description probabiliste de l'univers est correcte.

³⁸ Due au physicien autrichien Anton Zeilliger, chercheur depuis 30 ans à l'Université de Vienne. Cette théorie permet la réinterprétation des phénomènes quantiques qui, à la lumière de la notion d'information, deviennent parfaitement abordables.

³⁹ Encore un physicien autrichien (1887 – 1961).

⁴⁰ On peut conseiller ici la lecture de l'article de Jean-Marc Lévy-Leblond, « L'étrange chat de Schrödinger » dans le numéro hors série de *Sciences et avenir* de juillet 2003 : *Les grands paradoxes de la science*.

Cette notion d'information est également traitée par la réincarnation du chat de Schrödinger : le non moins célèbre Chat de Geluck. Ainsi dans *Le retour du Chat* (page 31) s'inquiète-t-il avec raison :

Quand je suis dos à un miroir, puis-je être certain que mon image s'y reflète. Pour le savoir il me suffit d'un autre miroir. Mais quand je ferme les yeux ... comment être certain que mon image y soit encore ? Il me faut demander à un tiers.

- *Alors est-ce qu'elle y est ?*
- *Oui elle y est, mais ...*
- *Mais ?*
- *Quand je ferme les yeux je ne puis pas affirmer qu'elle y soit encore.*

On peut d'ailleurs s'interroger valablement : quand on referme un des livres du Chat, ce dernier continue-t-il à soliloquer et à nous confier ses angoisses ou décide-t-il unilatéralement et soudainement de se taire ?

Logique et incomplétude

Existe-t-il réellement une cohérence dans l'univers ? La logique pourra-t-elle nous permettre d'accéder à une compréhension de l'univers ? Dans son édito d'octobre 2003 du magazine scientifique bien connu *Pour la science*, Philippe Boulanger⁴¹ rappelait bien à propos les limites des fondements logiques de la mathématique :

Les mathématiciens ont longtemps cru que leurs démonstrations apportaient des certitudes alors que le commun des mortels (scientifiques) devait s'accommoder de doutes et de vérités partielles. Gödel et Turing ont changé tout cela : les mathématiques ont aussi leurs limites.

Elles sont la conséquence de l'affirmation « Cette assertion est indémontrable ». Si elle est démontrée, alors elle est fausse et si elle est vraie, alors la logique est de portée limitée.

La conséquence est terrible : si la nature est fondée sur la logique, alors elle ne pourra jamais être entièrement connue, ce qu'aucun physicien ne peut admettre.

Notre félin se pose les mêmes questions métaphysiques avec la même angoisse. Toutes les assertions sont-elles vraies ou fausses ? Peut-on démontrer toutes les assertions vraies ? Depuis le théorème de Gödel, on sait aujourd'hui que la

⁴¹ *Pour la Science* 312, octobre 2003, page 1.

réponse à cette question est non. Et que l'origine des travaux de Gödel se retrouve dans le célèbre paradoxe du menteur introduit il y a plus de 25 siècles par Epiménide. Dans *L'avenir du Chat* (page 38) on assiste au dialogue suivant (et troublant) entre le Chat et son fils.

Le Chat :

- *La vérité sort de la bouche des enfants*

Son fils :

- *C'est faux ! la vérité ne sort absolument pas de la bouche des enfants*

Le Chat :

- *Si ce que j'ai dit est vrai, ce qu'il dit est la vérité.*

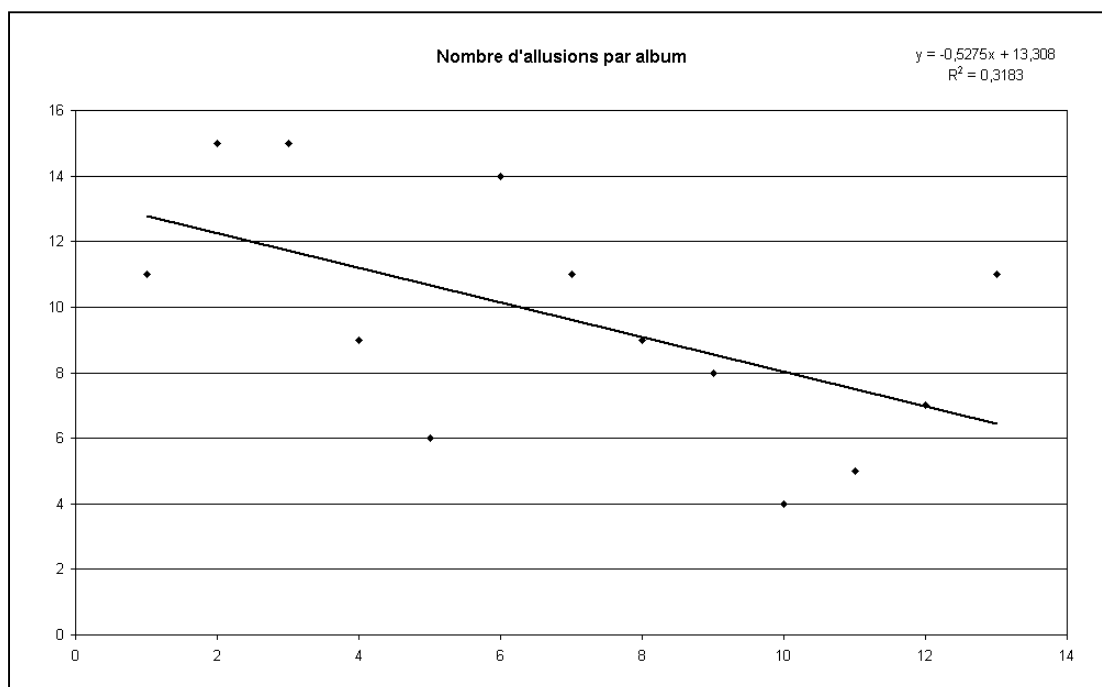
Une étude approfondie des propos du Chat livre d'ailleurs plusieurs versions du même paradoxe, preuve évidente que le fondement logique lui tient à cœur.

Conclusions forcément provisoires :

l'œuvre n'est pas terminée

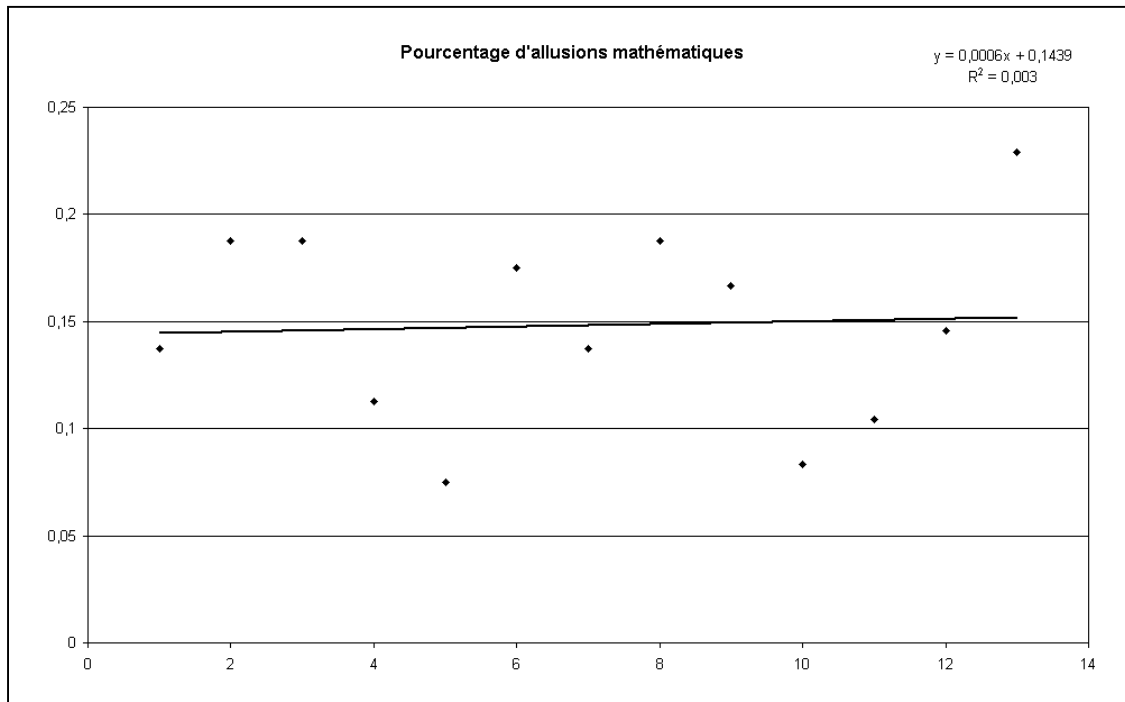
Les domaines mathématiques abordés par notre auteur sont variés. Mais tous les domaines ne sont pas explorés. Les allusions sont multiples. Et ce qui est plus intéressant encore : elles persévèrent au travers de l'œuvre. Tous les volumes en comportent et la dernière parution à ce jour, *Le Chat a encore frappé*, en totalise 11, ce qui est loin d'être négligeable. Il paraît donc intéressant de se pencher sur leur permanence.

Représentons tout d'abord le nombre d'allusions mathématiques par albums. Le graphique semble parlant :



On y constate (avec il est vrai une détermination relativement faible de moins de 32 %) une diminution en tendance du nombre d'allusions. C'est faire fi de la diminution significative du nombre de pages (de 80 à 48) qui est intervenue à partir du 8^e volume.

Intéressons-nous donc au rapport $\frac{\text{nombre_d'allusions}}{\text{nombre_de_pages}}$ et passons au graphique :



Ici plus de vraie tendance. La pente (positive) de la droite de régression est presque nulle. La détermination n'est pas significativement différente de zéro et les conclusions s'imposent d'elles-mêmes : le nombre d'allusions mathématiques par album est indépendant de la chronologie.

On vérifie également que le pourcentage de pages contaminées par la pollution mathématique est voisin de 15 %. Une page sur 6 ou 7 contient donc une part de savoir absolu. A mettre entre toutes les mains.

Il est intéressant également d'analyser et d'étudier quels secteurs particuliers notre auteur a pertinemment choisis pour nous transmettre son message novateur. Ce qui est clair c'est que notre chat n'a pas de culture mathématique spécifique : les théories présentées font partie de la culture générale de tout potache un tant soit peu attentif tout au long de sa scolarité : logique, arithmétique, quelques bases d'analyse et des notions de statistique. Aucun des champs « réservés aux spécialistes » n'est même esquissé hormis, curieusement, l'étude des fondements et l'axiomatique de la théorie des

ensembles, domaines abstraits s'il en est et difficilement accessibles aux bœtiens.

La plupart des questions traitées en dehors de ce domaine réservé sont élémentaires mais tout cela n'est qu'une apparence et lorsque les fondements des mathématiques sont traités, tout est fait avec profondeur et avec compétence. Les questions posées touchent à des vrais problèmes. Des problèmes de fond.

Cette profondeur, cet instinct de la bonne formulation, ce sens du contexte adéquat, mettant en scène didactiquement les éléments de réflexion soumis à notre sagacité, tout cela est vraiment remarquable chez un « non mathématicien ».

Et tout cela nous contraint à l'optimisme : les mathématiques seraient-elles tout compte fait accessibles au plus grand nombre. ?

Daniel Justens

article publié dans *Les cahiers de l'IREM de Bruxelles*", n°2
Editions du Céfal