

**Annexe****Programme d'enseignement de mathématiques****Classe terminale des séries technologiques STI2D et STL, spécialité SPCL**

L'enseignement des mathématiques au collège et au lycée a pour but de donner à chaque élève la culture mathématique indispensable à sa vie de citoyen et les bases nécessaires à son projet de poursuite d'études.

Le cycle terminal des séries STI2D et STL permet l'acquisition d'un bagage mathématique qui favorise une adaptation aux différents cursus accessibles aux élèves, en développant leurs capacités à mobiliser des méthodes mathématiques appropriées au traitement de situations scientifiques et technologiques et, plus largement, en les formant à la pratique d'une démarche scientifique.

L'apprentissage des mathématiques cultive des compétences qui facilitent une formation tout au long de la vie et aident à mieux appréhender une société en évolution. Au-delà du cadre scolaire, il s'inscrit dans une perspective de formation de l'individu.

**Objectif général**

Outre l'apport de nouvelles connaissances, le programme vise le développement des compétences suivantes :

- mettre en œuvre une recherche de façon autonome ;
- mener des raisonnements ;
- avoir une attitude critique vis-à-vis des résultats obtenus ;
- communiquer à l'écrit et à l'oral.

**Mise en œuvre du programme**

Le programme s'en tient à un cadre et à un vocabulaire théorique modestes, mais suffisamment efficaces pour l'étude de situations usuelles et assez riches pour servir de support à une formation solide.

Pour favoriser la progressivité de l'orientation, le programme est commun aux différentes spécialités de STI2D et de STL. Toutefois, au niveau de la classe terminale, les programmes de STI2D-STL physique-chimie d'une part, de STL biotechnologie d'autre part, font l'objet de quelques différences afin de les adapter au mieux aux spécificités des filières. C'est au niveau du choix des situations étudiées qu'une diversité s'impose en fonction de chaque spécialité et de ses finalités propres.

Les enseignants de mathématiques doivent avoir régulièrement accès aux laboratoires afin de favoriser l'établissement de liens forts entre la formation mathématique et les formations dispensées dans les enseignements scientifiques et technologiques. Cet accès permet de :

- prendre appui sur les situations expérimentales rencontrées dans ces enseignements ;
- connaître les logiciels utilisés et l'exploitation qui peut en être faite pour illustrer les concepts mathématiques ;
- prendre en compte les besoins mathématiques des autres disciplines.

**Utilisation d'outils logiciels**

L'utilisation de logiciels, d'outils de visualisation et de simulation, de calcul (formel ou scientifique) et de programmation change profondément la nature de l'enseignement en favorisant une démarche d'investigation.

En particulier lors de la résolution de problèmes, l'utilisation de logiciels de calcul formel peut limiter le temps consacré à des calculs très techniques afin de se concentrer sur la mise en place de raisonnements.

L'utilisation de ces outils intervient selon trois modalités :

- par le professeur, en classe, avec un dispositif de visualisation collective ;
- par les élèves, sous forme de travaux pratiques de mathématiques ;
- dans le cadre du travail personnel des élèves hors de la classe.

### Raisonnement et langage mathématiques

Comme en classe de seconde, les capacités d'argumentation et de logique font partie intégrante des exigences du cycle terminal.

Les concepts et méthodes relevant de la logique mathématique ne font pas l'objet de cours spécifiques mais prennent naturellement leur place dans tous les champs du programme. Il convient cependant de prévoir des temps de synthèse. De même, le vocabulaire et les notations mathématiques ne sont pas fixés d'emblée, mais sont introduits au cours du traitement d'une question en fonction de leur utilité.

### Diversité de l'activité de l'élève

Les activités proposées en classe et hors du temps scolaire prennent appui sur la résolution de problèmes essentiellement en lien avec d'autres disciplines. Il convient de privilégier une approche des notions nouvelles par l'étude de situations concrètes. L'appropriation des concepts se fait d'abord au travers d'exemples avant d'aboutir à des développements théoriques, à effectuer dans un deuxième temps. De nature diverse, les activités doivent entraîner les élèves à :

- chercher, expérimenter, modéliser, en particulier à l'aide d'outils logiciels ;
- choisir et appliquer des techniques de calcul ;
- mettre en œuvre des algorithmes ;
- raisonner et interpréter, valider, exploiter des résultats ;
- expliquer oralement une démarche, communiquer un résultat par oral ou par écrit.

Des éléments d'histoire des mathématiques, des sciences et des techniques peuvent s'insérer dans la mise en œuvre du programme. Connaître le nom de quelques scientifiques célèbres, la période à laquelle ils ont vécu et leur contribution fait partie intégrante du bagage culturel de tout élève ayant une formation scientifique.

Les travaux hors du temps scolaire sont impératifs pour soutenir les apprentissages des élèves. Fréquents, de longueur raisonnable et de nature variée, ces travaux sont essentiels à la formation des élèves. Ils sont conçus de façon à prendre en compte la diversité des aptitudes des élèves.

Les modes d'évaluation prennent également des formes variées, en phase avec les objectifs poursuivis. En particulier, l'aptitude à mobiliser l'outil informatique dans le cadre de la résolution de problèmes est à évaluer.

### Organisation du programme

Le programme fixe les objectifs à atteindre en termes de capacités. Il est conçu pour favoriser une acquisition progressive des notions et leur pérennisation. Son plan n'indique pas la progression à suivre, cette dernière devant s'adapter aux besoins des autres enseignements.

À titre indicatif, on pourrait consacrer environ 70 % du temps à l'analyse.

Les capacités attendues dans le domaine de l'algorithmique d'une part et du raisonnement d'autre part sont rappelées en fin de programme. Elles doivent être exercées à l'intérieur de divers champs du programme. Les exigences doivent être modestes et conformes à l'esprit des filières concernées.

Les activités de type algorithmique sont signalées par le symbole  $\diamond$ .

Les commentaires notés  $\rightleftarrows$  distinguent des thèmes pouvant se prêter à des ouvertures interdisciplinaires, en concertation avec les professeurs d'autres disciplines scientifiques et technologiques.

## 1. Analyse

On poursuit, en classe terminale, l'apport d'outils permettant de traiter un plus grand nombre de problèmes relevant de la modélisation de phénomènes continus ou discrets. Le travail sur les suites et les fonctions permet en particulier de s'interroger sur le passage du discret au continu et inversement, variant ainsi les approches des problèmes et les modes de résolution. Cette partie est organisée selon quatre objectifs principaux :

- *Consolider l'ensemble des fonctions mobilisables.* On enrichit cet ensemble de nouvelles fonctions de référence : les fonctions logarithmes et exponentielles.
- *Développer la notion de limite.* En classe de première, l'étude des suites a été l'occasion de découvrir la notion de limite. En classe terminale, la notion de limite d'une suite est affinée et sa formalisation demande à être accompagnée d'une approche expérimentale, graphique et numérique. Les objectifs essentiels sont la compréhension de cette notion ainsi que la recherche de seuils. L'étude des limites de suites se prête tout particulièrement à la mise en place d'activités algorithmiques. La notion de limite est ensuite étendue à celle de limite d'une fonction. Les attendus en termes de calculs sur les limites de fonctions sont modestes.
- *Introduire le calcul intégral.* La notion d'intégrale est introduite à partir de celle d'aire. Le calcul intégral, bien que modestement développé, se révèle un outil efficace tant en mathématiques que dans les autres disciplines.
- *Découvrir la notion d'équation différentielle.* La notion d'équation différentielle est introduite et travaillée dans le cadre de situations variées, par exemple les circuits électriques, le mouvement d'un point matériel ou la cinétique chimique. Le programme propose l'étude d'équations différentielles simples mais, selon les besoins des autres disciplines, on peut en étudier d'autres.

L'accent est mis sur la diversité des approches numérique, graphique et algorithmique, lesquelles contribuent à l'appropriation des concepts mathématiques.

| Contenus  | Capacités attendues  | Commentaires  |
|---|--|---|
| <p><b>Suites</b><br/>Limite d'une suite définie par son terme général.</p> <p>Notation <math>\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n</math>.</p>                 | <p>◇ Étant donné une suite <math>(u_n)</math>, mettre en œuvre des algorithmes permettant, lorsque cela est possible, de déterminer :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- un seuil à partir duquel <math>u_n \geq 10^p</math>, <math>p</math> étant un entier naturel donné ;</li> <li>- un seuil à partir duquel <math> u_n - l  \leq 10^{-p}</math>, <math>p</math> étant un entier naturel donné.</li> </ul> | <p>Pour exprimer que la suite <math>(u_n)</math> a pour limite <math>+\infty</math> quand <math>n</math> tend vers <math>+\infty</math>, on dit que, pour tout entier naturel <math>p</math>, on peut trouver un rang à partir duquel tous les termes <math>u_n</math> sont supérieurs à <math>10^p</math>.</p> <p>Pour exprimer que la suite <math>(u_n)</math> a pour limite <math>l</math> quand <math>n</math> tend vers <math>+\infty</math>, on dit que, pour tout entier naturel <math>p</math>, on peut trouver un rang à partir duquel tous les termes <math>u_n</math> sont à une distance de <math>l</math> inférieure à <math>10^{-p}</math>.</p> <p>Comme en classe de première, il est important de varier les outils et les approches.</p> |
| <p>Suites géométriques :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- somme de termes consécutifs d'une suite géométrique ;</li> <li>- limite.</li> </ul> | <ul style="list-style-type: none"> <li>• Reconnaître et justifier la présence d'une suite géométrique dans une situation donnée.</li> <li>• Connaître et utiliser la formule donnant <math>1 + q + \dots + q^n</math>, où <math>q</math> est un réel différent de 1.</li> <li>• Connaître et utiliser <math>\lim_{n \rightarrow +\infty} q^n</math> pour <math>q</math> positif.</li> </ul>                              | <p>On peut introduire la notation <math>\sum_{i=0}^n q^i</math>.</p> <p>On étudie quelques exemples de comportement de <math>(q^n)</math> avec <math>q</math> négatif.</p>  |

| Contenus   | Capacités attendues   | Commentaires   |
|--|---|--|
| <p><b>Limites de fonctions</b><br/>Asymptotes parallèles aux axes :<br/>- limite finie d'une fonction à l'infini ;<br/>- limite infinie d'une fonction en un point.</p> <p>Limite infinie d'une fonction à l'infini.</p> <p>Limites et opérations.</p> | <ul style="list-style-type: none"> <li>• Interpréter une représentation graphique en termes de limite.</li> <li>• Interpréter graphiquement une limite en termes d'asymptote.</li> <li>• Déterminer la limite d'une fonction simple.</li> <li>• Déterminer des limites pour des fonctions de la forme :<br/><math>x \mapsto u^n(x)</math>, <math>n</math> entier naturel non nul ;<br/><math>x \mapsto \ln(u(x))</math> ;<br/><math>x \mapsto e^{u(x)}</math>.</li> </ul> | <p>Ces notions sont introduites par une approche numérique et graphique à l'aide d'un logiciel ou d'une calculatrice.</p> <p>On se limite aux fonctions déduites des fonctions de référence par addition, multiplication ou passage à l'inverse et on évite tout excès de technicité.</p> <p>La fonction <math>x \mapsto f(u(x))</math>, enchaînement de la fonction <math>u</math> suivie de la fonction <math>f</math>, est introduite pour la recherche de limites. La rédaction attendue est simple et sans aucun formalisme.</p> <p>⇔ Phénomènes amortis.</p> |
| <p><b>Dérivées et primitives</b><br/>Calcul de dérivées : compléments.</p>   | <ul style="list-style-type: none"> <li>• Calculer les dérivées des fonctions de la forme :<br/><math>x \mapsto u^n(x)</math>, <math>n</math> entier relatif non nul ;<br/><math>x \mapsto \ln(u(x))</math> ;<br/><math>x \mapsto e^{u(x)}</math>.</li> </ul>  | <p>À partir de ces exemples, on met en évidence une expression unifiée de la dérivée de la fonction <math>x \mapsto f(u(x))</math>, mais sa connaissance n'est pas une capacité attendue.</p>  |
| <p>Primitives d'une fonction sur un intervalle.</p>  | <ul style="list-style-type: none"> <li>• Connaître et utiliser des primitives des fonctions de référence.</li> <li>• Déterminer des primitives de fonctions de la forme <math>u'u^n</math>, <math>n</math> entier relatif différent de <math>-1</math>, <math>\frac{u'}{u}</math>, <math>u'e^u</math>.</li> </ul>   | <p>Pour les primitives de <math>\frac{u'}{u}</math>, on se limite au cas où <math>u</math> est une fonction strictement positive.</p> <p>⇔ Mouvement uniformément accéléré, retardé.<br/>⇔ Point de fonctionnement optimal d'un système lors d'un transfert d'énergie.</p>   |

| Contenus   | Capacités attendues   | Commentaires  |
|--|---|---|
| <p><b>Fonctions logarithmes</b><br/>Fonction logarithme népérien.<br/>Relation fonctionnelle.<br/><br/>Nombre e.<br/><br/><br/><br/><br/><br/><br/><br/><br/><br/>Fonction logarithme en base dix ou en base deux, selon les besoins.</p>  | <ul style="list-style-type: none"> <li>• Utiliser la relation fonctionnelle pour transformer une écriture.</li> <li>• Connaître les variations, les limites et la représentation graphique de la fonction logarithme népérien.</li> <li>• Résoudre une inéquation d'inconnue <math>n</math> entier naturel, de la forme <math>q^n \geq a</math> ou <math>q^n \leq a</math>, avec <math>q</math> et <math>a</math> deux réels strictement positifs.</li> </ul> | <p>En s'appuyant sur des situations technologiques ou historiques, on justifie la pertinence de la recherche d'une solution à l'équation fonctionnelle suivante, notée (E) : pour tous réels <math>a</math> et <math>b</math> strictement positifs, <math>f(ab) = f(a) + f(b)</math>.</p> <p>On s'intéresse aux solutions de l'équation (E) dérivables sur <math>]0, +\infty[</math> (existence admise). On montre que la fonction dérivée d'une telle solution est de la forme <math>x \mapsto \frac{\alpha}{x}</math>, où <math>\alpha</math> est un nombre réel. La fonction logarithme népérien est alors présentée comme la seule solution de l'équation (E) dérivable sur <math>]0, +\infty[</math> dont la fonction dérivée est <math>x \mapsto \frac{1}{x}</math>.</p> <p>On s'appuie sur des exemples issus des autres disciplines pour introduire ces fonctions.</p> <p>↔ Échelle des pH, intensité sonore, gain et fréquence, traitement de l'information.</p> |
| <p><b>Fonctions exponentielles</b><br/>Fonction <math>x \mapsto \exp(x)</math>.<br/><br/>Relation fonctionnelle.<br/>Notation <math>e^x</math>.</p>  | <ul style="list-style-type: none"> <li>• Connaître les variations, les limites et la représentation graphique de la fonction exponentielle.</li> <li>• Utiliser la relation fonctionnelle pour transformer une écriture.</li> <li>• Passer de <math>\ln x = a</math> à <math>x = e^a</math> et inversement, <math>a</math> étant un réel et <math>x</math> un réel strictement positif.</li> </ul>  | <p>Pour tout nombre réel <math>a</math>, le réel <math>\exp(a)</math> est défini comme unique solution de l'équation d'inconnue <math>b</math> : <math>\ln b = a</math>.</p> <p>On justifie la notation <math>e^x</math>.</p>   |
| <p>Exemples de fonctions exponentielles de base <math>a</math>, <math>x \mapsto a^x</math>, où <math>a</math> est un réel strictement positif, et de fonctions puissances <math>x \mapsto x^\alpha</math>, avec <math>\alpha</math> réel.<br/><br/>Comparaison des comportements en <math>+\infty</math> de la fonction exponentielle (de base e) et de la fonction logarithme népérien avec les fonctions puissances.</p> | <ul style="list-style-type: none"> <li>• Connaître et utiliser les limites de <math>x \mapsto \frac{e^x}{x^n}</math> et <math>x \mapsto \frac{\ln x}{x^n}</math> en <math>+\infty</math>, <math>n</math> étant un entier naturel.</li> </ul>  | <p>En lien avec les autres disciplines, on étudie quelques exemples simples de fonctions exponentielles de base <math>a</math> ou de fonctions puissances, mises sous la forme <math>e^u</math>.</p> <p>Aucun résultat théorique n'est à connaître.</p> <p>Ces résultats sont conjecturés puis admis. On se limite à des exemples simples d'utilisation.</p> <p>L'approche, à l'aide d'un logiciel, de la limite en <math>+\infty</math> de fonctions de la forme <math>x \mapsto \frac{\ln x}{x^\alpha}</math>, avec <math>\alpha \in ]0, 1[</math>, enrichit le point de vue.</p> <p>↔ Radioactivité.<br/>↔ Transmission par courroie.</p>  |

| Contenus   | Capacités attendues   | Commentaires  |
|--|---|---|
| <p><b>Intégration</b><br/>Définition de l'intégrale d'une fonction continue et positive sur <math>[a, b]</math> comme aire sous la courbe.</p> <p>Notation <math>\int_a^b f(x)dx</math>.</p> <p>Formule<br/><math>\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)</math><br/>où <math>F</math> est une primitive de <math>f</math>.</p> <p>Intégrale d'une fonction continue de signe quelconque.</p> <p>Propriétés de l'intégrale : linéarité, positivité, relation de Chasles.</p> | <p>◇ Pour une fonction monotone positive, mettre en œuvre un algorithme pour déterminer un encadrement d'une intégrale.</p> <p>• Calculer une intégrale.</p>  | <p>On se limite à une approche intuitive de la continuité et on admet que les fonctions considérées en classe terminale sont continues sur les intervalles où elles sont intégrées.</p> <p>On s'appuie sur la notion intuitive d'aire.</p> <p>Dans le cas d'une fonction <math>f</math> positive et monotone, on sensibilise les élèves au fait que la fonction <math>x \mapsto \int_a^x f(t)dt</math> est dérivable sur <math>[a, b]</math> et a pour fonction dérivée <math>f</math>.</p> <p>On s'approprié le principe de la démonstration par une visualisation à l'aide d'un logiciel.</p> <p>La formule <math>\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)</math>, valable pour une fonction continue et positive, est étendue au cas d'une fonction continue de signe quelconque.</p> |
| <p>Calculs d'aires.</p> <p>Valeur moyenne d'une fonction sur un intervalle.</p>  | <p>• Déterminer l'aire du domaine défini comme l'ensemble des points <math>M(x, y)</math> tels que <math>a \leq x \leq b</math> et <math>f(x) \leq y \leq g(x)</math>, <math>f</math> et <math>g</math> étant deux fonctions.</p>   | <p>On étudie en particulier le cas où <math>g</math> est la fonction nulle.</p> <p>Il est intéressant de traiter des cas de fonctions changeant de signe.</p> <p>Cette notion est introduite et travaillée en s'appuyant sur des situations issues des disciplines technologiques et des sciences physiques.</p> <p>↔ Valeur moyenne, valeur efficace dans un transfert énergétique.</p>  |
| <p><b>Équations différentielles</b></p> <p>Équation <math>y' + ay = b</math>, où <math>a</math> et <math>b</math> sont des nombres réels, avec <math>a \neq 0</math>.</p> <p>Existence et unicité de la solution satisfaisant une condition initiale donnée.</p>   | <p>• Résoudre une équation différentielle qui peut s'écrire sous la forme <math>y' + ay = b</math>, où <math>a</math> et <math>b</math> sont des nombres réels, avec <math>a \neq 0</math>.</p> <p>• Déterminer la solution satisfaisant une condition initiale donnée.</p> | <p>Dans cette partie, on propose des exemples en lien avec les autres disciplines.</p> <p>On s'appuie sur les outils logiciels pour visualiser la famille des courbes représentatives des solutions d'une équation différentielle.</p> <p>On traite tout d'abord le cas de l'équation homogène <math>y' + ay = 0</math>.</p>  |

| Contenus  | Capacités attendues   | Commentaires  |
|---|---|---|
| <p>Équation <math>y'' + \omega^2 y = 0</math>, où <math>\omega</math> est un nombre réel non nul.</p> <p>Existence et unicité de la solution satisfaisant des conditions initiales données.</p> | <ul style="list-style-type: none"> <li>• Résoudre une équation différentielle qui peut s'écrire sous la forme <math>y'' + \omega^2 y = 0</math>, où <math>\omega</math> est un nombre réel non nul.</li> <li>• Déterminer la solution satisfaisant des conditions initiales données.</li> </ul> | <p>La forme générale des solutions <math>t \mapsto \lambda \cos \omega t + \mu \sin \omega t</math> est admise.</p> <p>On met en évidence que les solutions sont de la forme <math>t \mapsto A \sin(\omega t + \varphi)</math> mais la transformation d'expressions de la forme <math>\lambda \cos \omega t + \mu \sin \omega t</math> n'est pas un attendu du programme.</p> <p>L'existence et l'unicité de la solution satisfaisant des conditions initiales données sont admises.</p> <p>En liaison avec d'autres disciplines, on peut être amené à étudier d'autres types d'équations différentielles mais ce n'est pas un attendu du programme.</p> <p>↔ Circuits électriques RC, RL et LC ; résistance des matériaux.</p> |

## 2. Géométrie et nombres complexes

Dans la continuité de la classe de première, on apporte aux élèves des outils efficaces pour la résolution de problèmes rencontrés dans les enseignements scientifiques et technologiques. Cette partie est organisée selon deux objectifs principaux :

- *Découvrir et exploiter quelques formules trigonométriques classiques.* À cette occasion, on consolide les connaissances sur la trigonométrie et le produit scalaire développées en classe de première.
- *Enrichir les connaissances sur les nombres complexes.* Il s'agit d'introduire et d'utiliser la forme exponentielle d'un nombre complexe qui s'avère très utile pour mener des calculs algébriques, notamment en lien avec les besoins des disciplines technologiques.

| Contenus   | Capacités attendues  | Commentaires   |
|--|--|--|
| <p><b>Produit scalaire dans le plan</b></p> <p>Formules d'addition et de duplication des sinus et cosinus.</p>   | <ul style="list-style-type: none"> <li>• Connaître et utiliser ces formules sur des exemples simples.</li> </ul>   | <p>À partir des formules de duplication, on obtient les formules de linéarisation de <math>\cos^2 a</math> et <math>\sin^2 a</math>. La linéarisation d'autres puissances n'est pas au programme.</p>  |
| <p><b>Nombres complexes</b></p> <p>Forme exponentielle <math>re^{i\theta}</math> avec <math>r \geq 0</math> :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- relation <math>e^{i\theta} e^{i\theta'} = e^{i(\theta+\theta')}</math> ;</li> <li>- produit, quotient et conjugué.</li> </ul> | <ul style="list-style-type: none"> <li>• Utiliser l'écriture exponentielle pour effectuer des calculs algébriques avec des nombres complexes.</li> </ul> | <p>On fait le lien entre la relation <math>e^{i\theta} e^{i\theta'} = e^{i(\theta+\theta')}</math> et les formules d'addition en trigonométrie.</p> <p>On exploite des situations issues des disciplines technologiques pour illustrer les calculs de produits et de quotients sous forme exponentielle.</p> <p>↔ Impédances, admittances complexes.</p> |

### 3. Probabilités et statistique

En probabilités et statistique, on approfondit le travail mené les années précédentes en l'enrichissant selon deux objectifs principaux :

- *Découvrir et exploiter des exemples de lois à densité.* On aborde ici le champ des problèmes à données continues. La loi uniforme fournit un cadre simple pour découvrir le concept de loi à densité et les notions afférentes. Le travail se poursuit dans le cadre des lois exponentielle et normale où le lien entre probabilité et aire est consolidé. La loi normale, fréquemment rencontrée dans les autres disciplines, doit être l'occasion d'un travail interdisciplinaire.
- *Compléter la problématique de la prise de décision par celle de l'estimation par intervalle de confiance.* On s'appuie sur la loi normale et, en mathématiques, on se limite au cadre d'une proportion. Toutefois, la pertinence des méthodes statistiques utilisées dans les disciplines scientifiques et technologiques, en particulier l'estimation d'une moyenne, peut s'observer par simulation.

Dans cette partie, le recours aux représentations graphiques et aux simulations est indispensable.

| Contenus  | Capacités attendues   | Commentaires  |
|---|---|---|
| <p><b>Exemples de lois à densité</b></p> <p>Loi uniforme sur <math>[a, b]</math>.</p> <p>Espérance et variance d'une variable aléatoire suivant une loi uniforme.</p> | <ul style="list-style-type: none"> <li>• Concevoir et exploiter une simulation dans le cadre d'une loi uniforme.</li> </ul> | <p>Toute théorie générale des lois à densité et des intégrales sur un intervalle non borné est exclue.</p> <p>L'instruction « nombre aléatoire » d'un logiciel ou d'une calculatrice permet d'introduire la loi uniforme sur <math>[0, 1]</math> puis sur <math>[a, b]</math>.</p> <p>Si <math>X</math> est une variable aléatoire de loi uniforme sur <math>[a, b]</math> et si <math>I</math> est un intervalle inclus dans <math>[a, b]</math>, la probabilité de l'événement « <math>X \in I</math> » est l'aire du domaine <math>\{ M(x, y) ; x \in I \text{ et } 0 \leq y \leq f(x) \}</math> où <math>f : x \mapsto \frac{1}{b-a}</math> est la fonction de densité de la loi uniforme sur <math>[a, b]</math>.</p> <p>La notion d'espérance d'une variable aléatoire à densité sur <math>[a, b]</math> est définie à cette occasion par <math>\int_a^b t f(t) dt</math>. On note que cette définition constitue un prolongement dans le cadre continu de l'espérance d'une variable aléatoire discrète, rencontrée avec la loi binomiale. Par analogie avec la démarche conduisant à la définition de l'espérance, on présente une expression sous forme intégrale de la variance d'une variable aléatoire à densité sur <math>[a, b]</math>.</p> <p>La simulation vient à l'appui de cette démarche.</p> |
| <p>Loi exponentielle.</p>   | <ul style="list-style-type: none"> <li>• Calculer une probabilité dans le cadre d'une loi exponentielle.</li> </ul>         | <p>On s'intéresse à des situations concrètes, par exemple la radioactivité ou la durée de fonctionnement d'un système non soumis à un phénomène d'usure (taux de désintégration ou taux d'avarie constant).</p>   |



| Contenus  | Capacités attendues  | Commentaires  |
|---|--|---|
| <p>Espérance d'une variable aléatoire suivant une loi exponentielle.</p> <p>Loi normale d'espérance <math>\mu</math> et d'écart type <math>\sigma</math>.</p> <p>Approximation d'une loi binomiale par une loi normale.</p> | <ul style="list-style-type: none"> <li>• Connaître et interpréter l'espérance d'une variable aléatoire suivant une loi exponentielle.</li> <li>• Utiliser une calculatrice ou un tableur pour calculer une probabilité dans le cadre d'une loi normale.</li> <li>• Connaître et interpréter graphiquement une valeur approchée de la probabilité des événements suivants :<br/> <math>\{X \in [\mu - \sigma, \mu + \sigma]\}</math>,<br/> <math>\{X \in [\mu - 2\sigma, \mu + 2\sigma]\}</math> et<br/> <math>\{X \in [\mu - 3\sigma, \mu + 3\sigma]\}</math>,<br/>                     lorsque <math>X</math> suit la loi normale d'espérance <math>\mu</math> et d'écart type <math>\sigma</math>.</li> <li>• Déterminer les paramètres de la loi normale approximant une loi binomiale donnée.</li> </ul> | <p>L'espérance est définie par <math>\lim_{x \rightarrow +\infty} \int_0^x t f(t) dt</math>, où <math>f</math> est la fonction de densité d'une loi exponentielle.</p> <p>On peut simuler une loi exponentielle à partir de la loi uniforme sur <math>[0,1]</math>.</p> <p>La loi normale est introduite à partir de l'observation, à l'aide d'un logiciel, du cumul des valeurs obtenues lors de la répétition à l'identique d'une expérience aléatoire dont le résultat suit une loi uniforme.</p> <p>On s'appuie sur des exemples issus des autres disciplines.</p> <p>On peut simuler une loi normale à partir de la loi uniforme sur <math>[0,1]</math>.</p> <p>Toute théorie est exclue. On illustre cette approximation à l'aide de l'outil informatique. La correction de continuité n'est pas un attendu.</p> <p>↔ Maîtrise statistique des processus.</p> |
| <p><b>Prise de décision et estimation</b></p> <p>Intervalle de fluctuation d'une fréquence.</p>   | <ul style="list-style-type: none"> <li>• Connaître l'intervalle de fluctuation asymptotique à 95 % d'une fréquence obtenue sur un échantillon de taille <math>n</math> :<br/> <math display="block">\left[ p - 1,96\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}, p + 1,96\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}} \right]</math>                     lorsque la proportion <math>p</math> dans la population est connue.</li> <li>• Exploiter un tel intervalle de fluctuation pour rejeter ou non une hypothèse sur une proportion.</li> </ul>  | <p>On fait observer que cet intervalle est proche de celui déterminé en première à l'aide de la loi binomiale, dès que <math>n \geq 30</math>, <math>np \geq 5</math> et <math>n(1-p) \geq 5</math>.</p>  |

| Contenus                                  | Capacités attendues  | Commentaires  |
|---|--|---|
| Intervalle de confiance d'une proportion. | <ul style="list-style-type: none"> <li>Estimer une proportion inconnue avec un niveau de confiance de 95 % par l'intervalle :<br/> <math display="block">\left[ f - 1,96\sqrt{\frac{f(1-f)}{n}}, f + 1,96\sqrt{\frac{f(1-f)}{n}} \right]</math> calculé à partir d'une fréquence <math>f</math> obtenue sur un échantillon de taille <math>n</math>.</li> <li>Juger de l'égalité de deux proportions à l'aide des intervalles de confiance à 95 % correspondant aux fréquences de deux échantillons de taille <math>n</math>.</li> </ul> | <p>Cette expression de l'intervalle de confiance, pour <math>n</math> assez grand, est admise. On constate par simulation que, pour <math>n \geq 30</math>, sur un grand nombre d'intervalles de confiance, environ 95 % contiennent la proportion à estimer.</p> <p>La différence entre les deux fréquences observées est considérée comme significative quand les intervalles de confiance à 95 % sont disjoints. C'est l'occasion d'étudier des méthodes statistiques pratiquées dans les disciplines scientifiques ou technologiques.</p> <p>En liaison avec les enseignements technologiques et scientifiques, on peut observer par simulation la pertinence d'un intervalle de confiance de la moyenne d'une population, pour un caractère suivant une loi normale.</p> <p>⇒ Incertitude de mesure associée à un niveau de confiance.</p> |

## Algorithmique

En seconde, les élèves ont conçu et mis en œuvre quelques algorithmes. Cette formation se poursuit tout au long du cycle terminal.

Dans le cadre de cette activité algorithmique, les élèves sont entraînés à :

- décrire certains algorithmes en langage naturel ou dans un langage symbolique ;
- en réaliser quelques-uns à l'aide d'un tableur ou d'un programme sur calculatrice ou avec un logiciel adapté ;
- interpréter des algorithmes plus complexes.

Aucun langage, aucun logiciel n'est imposé.

L'algorithmique a une place naturelle dans tous les champs des mathématiques et les problèmes posés doivent être en relation avec les autres parties du programme (algèbre et analyse, statistique et probabilités, logique) mais aussi avec les autres disciplines ou le traitement de problèmes concrets.

À l'occasion de l'écriture d'algorithmes et de programmes, il convient de donner aux élèves de bonnes habitudes de rigueur et de les entraîner aux pratiques systématiques de vérification et de contrôle.

### Instructions élémentaires (affectation, calcul, entrée, sortie)

Les élèves, dans le cadre d'une résolution de problèmes, doivent être capables :

- d'écrire une formule permettant un calcul ;
- d'écrire un programme calculant et donnant la valeur d'une fonction, ainsi que les instructions d'entrées et sorties nécessaires au traitement.

### Boucle et itérateur, instruction conditionnelle

Les élèves, dans le cadre d'une résolution de problèmes, doivent être capables de :

- programmer un calcul itératif, le nombre d'itérations étant donné ;
- programmer une instruction conditionnelle, un calcul itératif, avec une fin de boucle conditionnelle.

**Notations et raisonnement mathématiques**

Cette rubrique, consacrée à l'apprentissage des notations mathématiques et à la logique, ne doit pas faire l'objet de séances de cours spécifiques mais doit être répartie sur toute l'année scolaire.

**Notations mathématiques**

Les élèves doivent connaître les notions d'élément d'un ensemble, de sous-ensemble, d'appartenance et d'inclusion, de réunion, d'intersection et de complémentaire et savoir utiliser les symboles de base correspondants :  $\in$ ,  $\subset$ ,  $\cup$ ,  $\cap$  ainsi que la notation des ensembles de nombres et des intervalles.

Pour le complémentaire d'un ensemble  $A$ , on utilise la notation des probabilités  $\overline{A}$ .

**Pour ce qui concerne le raisonnement logique**, les élèves sont entraînés sur des exemples à :

- utiliser correctement les connecteurs logiques « et », « ou » et à distinguer leur sens des sens courants de « et », « ou » dans le langage usuel ;
- utiliser à bon escient les quantificateurs universel, existentiel (les symboles  $\forall$ ,  $\exists$  ne sont pas exigibles) et repérer les quantifications implicites dans certaines propositions et, particulièrement, dans les propositions conditionnelles ;
- distinguer, dans le cas d'une proposition conditionnelle, la proposition directe, sa réciproque, sa contraposée et sa négation ;
- utiliser à bon escient les expressions « condition nécessaire », « condition suffisante » ;
- formuler la négation d'une proposition ;
- utiliser un contre-exemple pour infirmer une proposition universelle ;
- reconnaître et utiliser des types de raisonnement spécifiques : raisonnement par disjonction des cas, recours à la contraposée, raisonnement par l'absurde.