# ∽ Baccalauréat STI2D Épreuve d'enseignement de spécialité ∾

## Métropole Antilles–Guyane septembre 2022

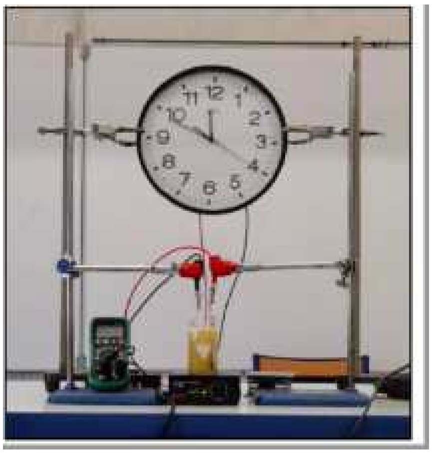
### Physique-Chimie et Mathématiques

**EXERCICE 1** **4 points**

Physique-Chimie et Mathématiques

## Une horloge au jus d'orange

Pour mettre en évidence le principe de fonctionnement d'une pile, il est possible d'alimenter une horloge grâce à une pile rudimentaire constituée d'une électrode de cuivre et d'une électrode en magnésium plongeant dans du jus d'orange.



En réalisant l'expérience les valeurs suivantes sont relevées :

<table>
<tr><td>Durée de fonctionnement maximale</td><td colspan="2">Environ 21 h</td></tr>
<tr><td>Tension</td><td colspan="2">1,52 V</td></tr>
<tr><td>Intensité du courant électrique</td><td colspan="2">0,3 mA</td></tr>
<tr><td>pH du jus d'orange au début et à la fin de l'expérience</td><td>Début : 3,9</td><td>Fin : 6,5</td></tr>
<tr><td>Volume du jus d'orange</td><td colspan="2">140 mL</td></tr>
</table>

Le but de cet exercice est de modéliser le fonctionnement de cette pile à l'aide d'un modèle mathématique en cohérence avec les résultats expérimentaux mesurés.

## Partie A : étude de la pile

Lorsque cette pile rudimentaire est en fonctionnement, l'électrode en cuivre est le siège d'une transformation chimique modélisée par la demi-équation électronique suivante :

$$2H^{+}{}_{(aq)} + 2e^{-} \rightarrow H2_{(g)}$$

L'électrode en magnésium est quant à elle le siège d'une transformation chimique modélisée par la demi-équation électronique : $Mg_{(s)} \rightarrow Mg^{2+}{}_{(aq)} + 2e^{-}$

1. Schématiser cette pile alimentant un dipôle (modélisant l'horloge) en indiquant le sens de circulation des électrons et en identifiant clairement les deux électrodes. Repérer sur le schéma l'anode et la cathode de cette pile.
2. À partir des deux demi-équations électroniques, écrire l'équation de la réaction qui modélise le fonctionnement de la pile.
3. Utiliser l'équation de la réaction précédente pour expliquer qualitativement l'évolution du pH du jus d'orange lorsque la pile débite.

On désire comparer la durée maximale de fonctionnement obtenue en utilisant la pile au jus d'orange et celle que l'on aurait avec une pile LR6 standard achetée en magasin.

4. Une pile LR6 a une quantité d'électricité stockée moyenne de 2 800 mAh. En admettant que la pile LR6 débite un courant d'intensité identique à celle de la pile à jus d'orange, calculer la durée maximale de fonctionnement de l'horloge alimentée par la pile LR6. En déduire le nombre de piles au jus d'orange nécessaires pour remplacer une pile du commerce.

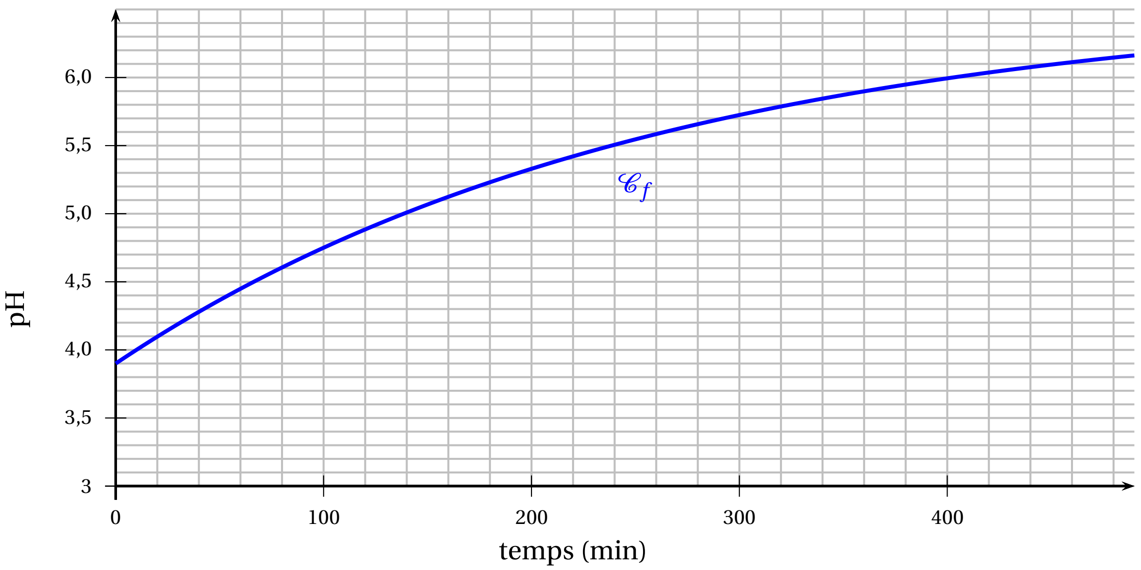
## Partie B : étude mathématique

On note $t$ le temps, exprimé en minute, écoulé depuis la mise en fonctionnement de la pile au jus d'orange.
À l'aide d'une étude expérimentale, la valeur du pH en fonction du temps peut être modélisée par la fonction $f$ définie sur $[0\,;\,+\infty[$ par :

$$f(t) = 6,571 - 2,671\mathrm{e}^{-\frac{t}{261}}.$$

Une représentation graphique de $f$ est donnée ci-dessous.

Évolution du pH en fonction du temps




1. Calculer $f(0)$. Interpréter ce résultat dans le contexte de l'expérience.
2. **a.** Résoudre graphiquement l'équation $f(t) = 5$.
   Donner le résultat en heure et minute.

   **b.** Résoudre algébriquement l'équation $f(t) = 5$. Donner le résultat arrondi à la minute. Comparer ce résultat à celui obtenu à la question **2. a.**

3. Calculer $\lim\limits_{t \to +\infty} f(t)$. Le résultat est-il compatible avec les valeurs relevées lors de l'expérience ?

**EXERCICE 3** **(4 points)**

(mathématiques)

**Le candidat doit traiter quatre questions parmi les six numérotées de 1 à 6 que comporte l'exercice. Les questions sont indépendantes les unes des autres. Le candidat choisit les quatre questions auxquelles il répond et indique clairement leur numéro sur sa copie en début d'exercice. Seules ces questions sont évaluées. Chacune d'elles est notée sur un point. Traiter une question supplémentaire ne rapporte aucun point.**

QUESTION 1

*Pour chacune des deux questions suivantes, une seule des quatre réponses est exacte. Aucune justification n'est demandée. Une bonne réponse rapporte un demi-point. Une mauvaise réponse, plusieurs réponses ou l'absence de réponse ne rapportent, ni n'enlèvent aucun point.*
*Indiquer sur la copie le numéro de la question et la réponse choisie.*

1. Le nombre $\ln(35)$ est égal à :

   **a.** $\ln(5) \times \ln(7)$ **b.** $\ln(5) + \ln(7)$ **c.** $\ln(30) + \ln(5)$ **d.** $\ln(30) \times \ln(5)$

2. Le nombre $\mathrm{e}^{20}$ est égal à :

   **a.** $\mathrm{e}^4 \times \mathrm{e}^5$ **b.** $\mathrm{e}^4 + \mathrm{e}^5$ **c.** $\mathrm{e}^5 + \mathrm{e}^{15}$ **d.** $\mathrm{e}^5 \times \mathrm{e}^{15}$

QUESTION 2

Lors d'une course, on a mesuré la fréquence cardiaque d'un coureur de 100 m.
Cette fréquence cardiaque, en battements par minute, est modélisée par la fonction $f$ définie sur $[0 ; 100]$ par $f(x) = 28\ln(x+1) + 70$ où $x$ est la distance parcourue, en mètre, depuis le départ de la course.

1. Selon ce modèle, quelle est la fréquence cardiaque de ce coureur au départ de la course ?
2. Selon ce modèle, au bout de combien de mètres la fréquence cardiaque de ce sportif est-elle égale à 185 battements par minute ? Arrondir à l'unité.

QUESTION 3

La température d'un four, exprimée en degré Celsius, en fonction du temps $t$, exprimé en minute, est modélisée par une fonction $f$ définie et dérivable sur $[0 ; +\infty[$, solution de l'équation différentielle (E) : $y' = -0,2y + 44$.

1. Déterminer les solutions de cette équation différentielle sur $[0 ; +\infty[$.
2. On suppose que la température initiale du four est 25°C. En prenant $f(0) = 25$, donner une expression de $f(t)$, pour tout $t$ de $[0 ; +\infty[$.

QUESTION 4

On note i le nombre complexe de module 1 et d'argument $\frac{\pi}{2}$ :
On pose $z = \sqrt{3} - \mathrm{i}$ et $z' = -\sqrt{2}\mathrm{e}^{\mathrm{i}\frac{\pi}{4}}$.

1. Déterminer la forme exponentielle de $z$. Détailler les calculs.
2. En déduire la forme exponentielle de $\dfrac{z}{z'}$.

QUESTION 5

L'iode 131 est un élément radioactif qui se désintègre selon la loi $N(t) = N(0)\mathrm{e}^{-0,086t}$, où $N(0)$ est le nombre de noyaux au début de l'observation et $N(t)$ le nombre de noyaux à l'instant $t$, exprimé en jour.
Déterminer le temps au bout duquel la moitié des noyaux d'iode 131 se sont désintégrés (demi-vie). On donnera le résultat en nombre de jours arrondi à l'unité.

QUESTION 6

On considère la fonction $f$ définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \sin(x) + \cos(x)$,

1. Montrer que $f$ est solution de l'équation différentielle $y'' + y = 0$.
2. Montrer que, pour tout nombre réel $x$, $f(x) = \sqrt{2}\cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$.

**Rappel :** pour $a$ et $b$ deux réels, on a les formules suivantes :

$$\cos(a+b) = \cos(a)\cos(b) - \sin(a)\sin(b)$$

$$\cos(a-b) = \cos(a)\cos(b) + \sin(a)\sin(b)$$

$$\sin(a+b) = \sin(a)\cos(b) + \cos(a)\sin(b)$$

$$\sin(a-b) = \sin(a)\cos(b) - \cos(a)\sin(b)$$