

Durée : 4 heures

∞ Baccalauréat C Nancy¹ septembre 1971 ∞

EXERCICE 1

Soit f la fonction réelle définie sur $\mathbb{R} - \{1\}$ par la formule

$$f(x) = x - 2 + \frac{4}{(x-1)^2}$$

Construire la représentation graphique (C) de f dans un système d'axes orthonormé.

EXERCICE 2

On divise les nombres 9 733 et 6 425 par un même nombre entier naturel x ; on obtient comme restes respectivement 73 et 100.

Calculer x .

PROBLÈME

Dans le plan complexe, on considère la transformation T qui, à tout point M d'affixe $z = x + iy$, associe le point M' d'affixe $z' = x' + iy'$, où

$$z' = (z + 1)^2.$$

1.
 - a. Déterminer les points doubles de T .
 - b. Montrer que T est surjective.
 - c. Montrer que

$$\begin{cases} x' &= (x+1)^2 - y^2, \\ y' &= 2y(x+1) \end{cases}$$

En déduire la transformée de la droite d'équation $x = 0$, ainsi que les transformées des droites d'équation $y = a(x + 1)$, où a désigne un nombre réel donné.

2.
 - a. Déterminer la courbe ayant comme transformée la droite d'équation $x = 0$, ainsi que les courbes ayant comme transformées les droites d'équation $y = b$ (b : nombre réel donné).
 - b. Étudier la nature de la courbe (C_a) dont la transformée est la droite d'équation $x = a$; a est un nombre réel différent de zéro.
Préciser les éléments géométriques de (C_a) dans les deux cas suivants : $a = 4$ et $a = -1$.
3. Soit I le point de coordonnées $(-1 ; 0)$.
 - a. Étudier la courbe (γ') transformée par T du cercle (γ) de centre I et de rayon r .
 - b. Discuter suivant les valeurs de r le nombre des points communs à (γ) et à (γ') .

N. B. - Dans la question 2. on tiendra compte du résultat démontré en 1. b.

1. Strasbourg