Dans nos classes :
De l'école élémentaire au Lycée

Pavages de pentagones

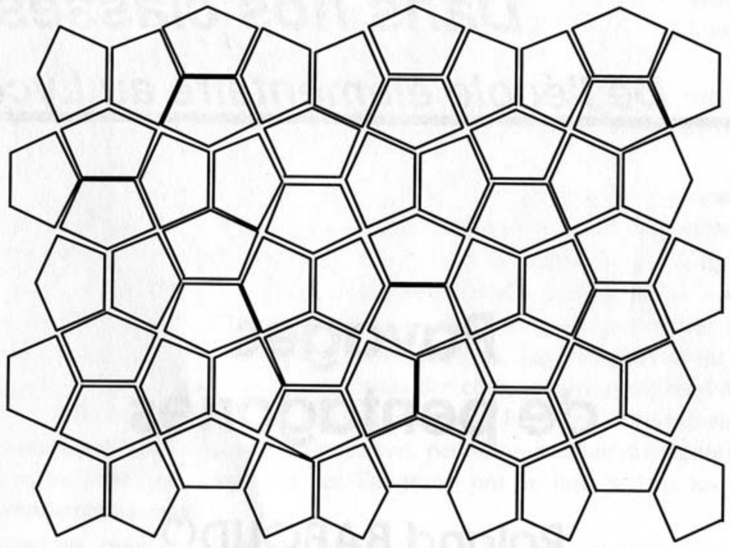
Roland BABOUD(*)

En s'inspirant du *Dictionnaire Penguin des curiosités géométriques* de David Wells (Éd. Eyrolles) sont proposés quatre types de pavages pentagonaux, ainsi que la procédure pour construire le « pavé » élémentaire. De tels pavages peuvent servir de points de départ à bien des activités géométriques et calculatoires, avec différents niveaux d'exigence, depuis la simple réalisation de dessins jusqu'à la justification précise de leur qualité de « paveurs ». Sans parler de la recherche d'autres pavages…

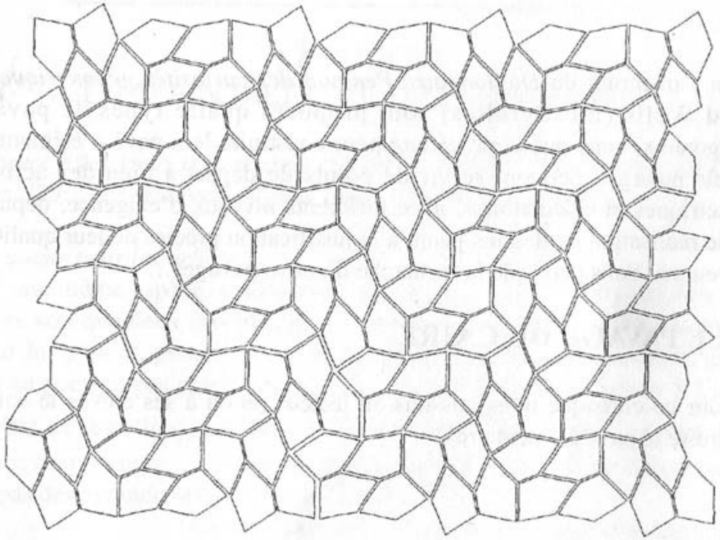
1°) LE PAVAGE DU CAIRE

Pour ce classique nous laissons au lecteur (et/ou à ses élèves le soin de construire le pavé élémentaire).

(*) Collège du Touvet (38)



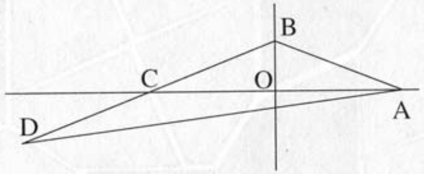
2°) LE PAVAGE DE MARJORIE RICE



Voici comment construire son « pavé »

Sur deux droites perpendiculaires et sécantes en O, placer A, B et C de telle sorte que AB = BC.

Construire ensuite D afin que C soit le milieu du segment BD.

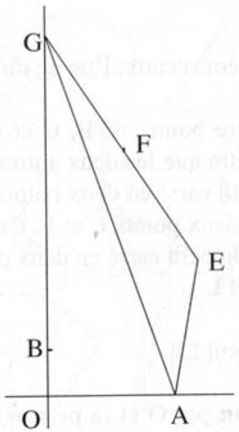


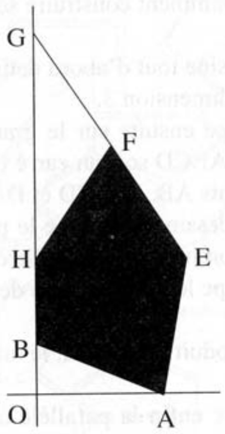
Puis on applique au triangle ABD une rotation de centre A qui amène D sur la demi-droite d'origine O contenant B. On note G l'image de D, E l'image de B et F celle de C (F est donc le milieu du segment [EG]).

Le triangle ABD est donc transformé en AEG.

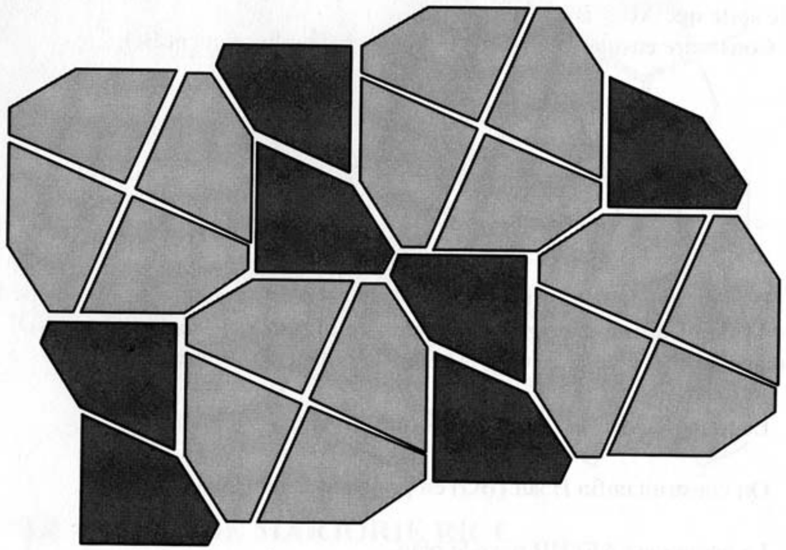
On construit enfin H sur (BG) en projetant E sur (OB).

Le pentagone AEFHB pave le plan.





3°) LE PAVAGE DE RICHARD E. JAMES



Voici comment construire son « pavé » :

On dessine tout d'abord deux carrés de même centre, l'un de dimension 2, l'autre de dimension 3.

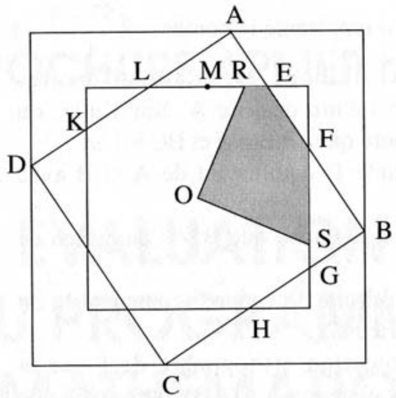
On place ensuite sur le grand carré quatre points A, B, C et D de telle façon que ABCD soit un carré (de même centre que les deux autres). Chacun des segments AB, BC, CD et DA coupe le petit carré en deux points.

Sur le dessin, AB coupe le petit carré en deux points E et F. On a noté O le centre commun des trois carrés. BC coupe le petit carré en deux points G et H. DA coupe le petit carré en deux points K et L.

On introduit ensuite M, le milieu du segment LE

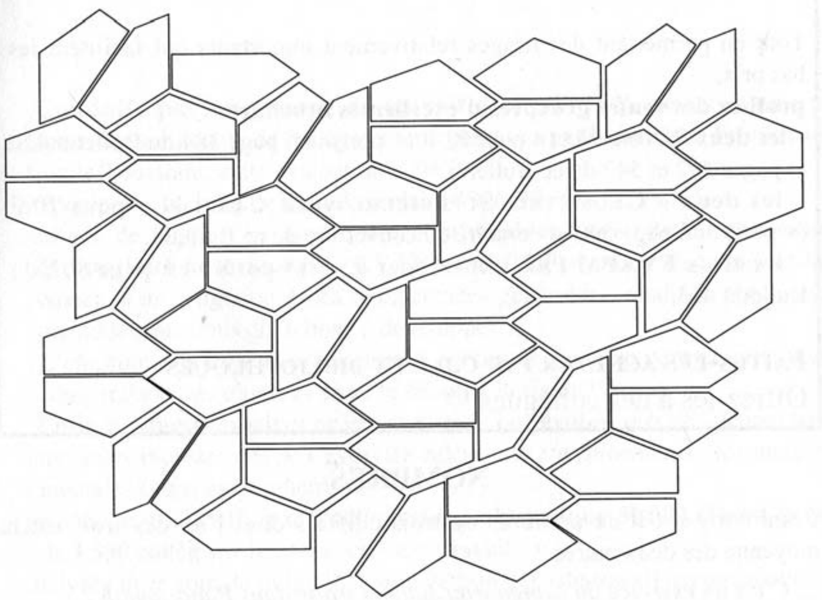
On trace enfin la parallèle à (AM) passant par O et la perpendiculaire à (AM) passant par O.

La première coupe la droite (LE) en un point R. La seconde coupe la droite (FG) en un point S



Le pentagone OREFS pave le plan.

4°) LE PAVAGE DE ROLF STEIN



Construction du « pavé ».

Dans ce qui suit, a représente le nombre $\dfrac{\sqrt{57}-3}{4} = 1{,}137\,45\ldots$

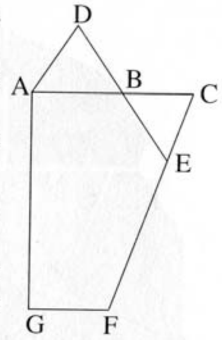
On trace tout d'abord deux demi-droites perpendiculaires de même origine A. Sur l'une, on place B et C de manière que : AB = a et BC = $1/a$.

On construit ensuite D équidistant de A et B avec DA = DB = 1.

On place ensuite E de façon que B soit au milieu de DE.

Enfin, sur la demi-droite d'origine C contenant E, on place F de sorte que EF = 2.

Notons G la projection orthogonale de F sur la demi-droite perpendiculaire en A à (AB). On vérifie que FG = 1.



Le pentagone ADEFG pave le plan.