∽ ÉPREUVES COMMUNES DE CONTRÔLE CONTINU ∾

Spécialité « Mathématiques » – Sujet 2 – 2021

Classe de première – 2 heures

Exercice 1 **5 points**

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples (QCM). Les cinq questions sont indépendantes.
Pour chacune des questions, une seule des quatre réponses est exacte.
Le candidat indiquera sur sa copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse exacte.
Aucune justification n'est demandée. Une réponse exacte rapporte un point, une réponse fausse ou une absence de réponse ne rapporte ni n'enlève aucun point.

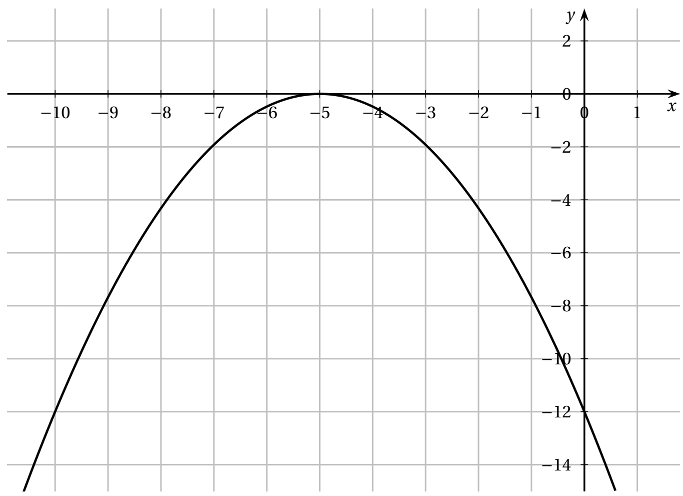
Question 1

Pour x pièces produites, le coût de fabrication $C(x)$, en milliers d'euros est donné par
$C(x) = 0,01x^3 - 0,135x^2 + 0,6x + 15$, avec $x \in [0 ; 30]$.
Pour 2 pièces produites, le coût de fabrication en euros est :

a. $15,74$	**b.** $157,4$	**c.** 1574	**d.** 15740

Question 2

Soit f une fonction polynôme du second degré donnée, pour tout nombre réel x par
$f(x) = ax^2 + bx + c$, où a, b, c sont réels. On note Δ son discriminant. On donne ci-dessous $\mathscr{C}_f$ la courbe représentative de f et on suppose qu'elle admet l'axe des abscisses comme tangente en un de ses points.



On peut affirmer que :

a. $a < 0$ et $\Delta < 0$	**b.** $a > 0$ et $\Delta = 0$	**c.** $a < 0$ et $\Delta = 0$	**d.** $a < 0$ et $\Delta > 0$

Question 3

$\cos\left(x + \dfrac{\pi}{2}\right)$ est égal à :

a. $\cos(x) - \sin(x)$	**b.** $\cos\left(x - \dfrac{\pi}{2}\right)$	**c.** $\sin(x)$	**d.** $-\sin(x)$

Question 4

Dans le plan rapporté à un repère orthonormé, on donne les points A $(-7~;~4)$ et B $(1~;~-2)$.
Le cercle Γ de diamètre [AB] admet comme équation dans ce repère :

a. $(x+7)^2+(y-4)^2=100$	**b.** $(x+3)^2+(y-1)^2=25$
c. $(x+3)^2+(y-1)^2=100$	**d.** $(x+7)^2+(y-4)^2=25$

Question 5

Dans le plan rapporté à un repère orthonormé, les droites $\mathcal{D}$ et $\mathcal{D}'$ d'équations cartésiennes respectives $3x+2y-1=0$ et $6x+4y+2=0$ sont :

a. sécantes et non perpendiculaires	**b.** confondues	**c.** strictement parallèles	**d.** perpendiculaires

Exercice 2 — 5 points

Une collectivité locale octroie une subvention de 116 610 € pour le forage d'une nappe d'eau souterraine. Une entreprise estime que le forage du premier mètre coûte 130 €; le forage du deuxième mètre coûte 52 € de plus que celui du premier mètre; le forage du troisième mètre coûte 52 € de plus que celui du deuxième mètre, etc.
Plus généralement, le forage de chaque mètre supplémentaire coûte 52 € de plus que celui du mètre précédent.
Pour tout entier n supérieur ou égal à 1, on note : u_n le coût du forage du n-ième mètre en euros et S_n le coût du forage de n mètres en euros; ainsi $u_1=130$.

1. Calculer u_2 et u_3.
2. Préciser la nature de la suite (u_n). En déduire l'expression de u_n en fonction de n, pour tout n entier naturel non nul.
3. Calculer S_2 puis S_3.
4. Afin de déterminer le nombre maximal de mètres que l'entreprise peut forer avec la subvention qui est octroyée, on considère la fonction Python suivante :

```
def nombre_metre(S) :
  C = 130
  n = 1
  while C < S :
    C = C + ...
    n = n + 1
  return n
```

   Compléter cet algorithme de sorte que l'exécution de la fonction `nombre_metre(S)` renvoie le nombre maximal de mètres que l'entreprise peut forer avec la subvention octroyée. Justifier votre réponse.
5. On admet que, pour tout entier naturel non nul, $S_n=26n^2+104n$. En déduire la valeur de n que fournit la fonction Python donnée à la question 4. On expliquera la démarche utilisée.

Exercice 3 5 points

1. On lance deux dés cubiques équilibrés « classiques » et on note les numéros apparaissant sur la face supérieure de chaque dé.

Soit X la variable aléatoire égale au produit des numéros apparaissant sur les deux faces.

Le jeu est gagné si le produit des numéros apparaissant sur les faces supérieures des deux dés lancés est strictement inférieur à 10.

a. Donner les valeurs prises par la variable aléatoire X.

b. Déterminer la loi de probabilité de X.

c. Déterminer la probabilité de gagner.

2. On lance à présent deux dés spéciaux : ce sont des dés cubiques parfaitement équilibrés dont les faces sont numérotées différemment des dés classiques.

- Les faces du premier dé sont numérotées avec les chiffres : 1, 2, 2, 3, 3, 4.
- Les faces du deuxième dé sont numérotées avec les chiffres : 1, 3, 4, 5, 6, 8.

On note Y la variable aléatoire égale au produit des numéros apparaissant sur les deux faces après lancer de ces deux dés spéciaux.

Déterminer $P(Y < 10)$.

3. Est-il préférable de jouer au jeu de la question 1 avec des dés classiques ou avec des dés spéciaux ?

Exercice 4 5 points

Soit f la fonction définie sur $\mathbf{R}$ par :

$$f(x) = \mathrm{e}^{2x} + 6\mathrm{e}^{x} - 8x - 4.$$

Dans le plan rapporté à un repère orthogonal, on considère :

- $\mathscr{C}_f$ la courbe représentative de la fonction f ;
- $\mathscr{D}$ la droite d'équation cartésienne $y = -8x - 4$.

1. Montrer que, pour tout $x \in \mathbf{R}$, $f'(x) = 2\left(\mathrm{e}^{x} - 1\right)\left(\mathrm{e}^{x} + 4\right)$.

2. Étudier le signe de $f'(x)$ sur $\mathbf{R}$.

3. Dresser le tableau de variations de la fonction f sur $\mathbf{R}$.

4. En déduire le signe de $f(x)$ sur $\mathbf{R}$.

5. La courbe $\mathscr{C}_f$ et la droite $\mathscr{D}$ ont-elles un point commun ? Justifier.