☙ Corrigé du baccalauréat STG Mercatique ☙
Antilles–Guyane septembre 2008

La calculatrice est autorisée.

EXERCICE 1 **4 points**

1. Chaque année le capital est augmenté de 0,038 de sa valeur. Le capital est donc chaque année multiplié par $1,038$. C'est donc une suite géométrique de raison $1,038$. Réponse b.

2. Il faut trouver le nombre t tel que $t^{12} = 1,22$ soit $t = 1,22^{\frac{1}{12}} \approx 1,016708$ ce qui correspond à un taux annuel moyen de $1,671\,\%$. Réponse c.

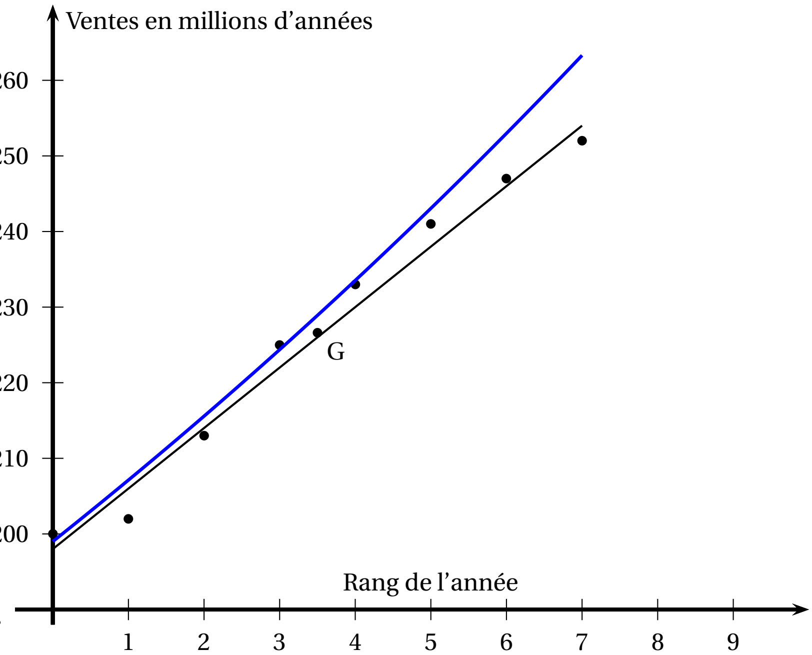
3. On a pour $x > 0$, $f'(x) = 2x - \dfrac{1}{x} = \dfrac{2x^2 - 1}{x}$. Réponse b.

4. Il y a 8 cœurs, donc la probabilité que ce soit le roi est $\dfrac{1}{8}$. Réponse c.

EXERCICE 2 **6 points**

Partie A

1.



2. On trouve G(3.5 ; 226,6)

Partie B : Modèle affine

1. La calculatrice livre :
   $y = 8x + 198.$
2. Voir sur le graphique

Partie C : Modèle exponentiel

1. La fonction f a pour dérivée sur $[0~;~10]$:
$f'(x) = 0,04 \times 199\text{e}^{0,04x} = 7,96\text{e}^{0,04x}$: tous les termes de cette dérivée sont positifs, donc $f'(x) \geqslant 0$: la fonction f est croissante sur $[0~;~10]$.

2.

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$f(x)$	199	207	216	224	234	243	253	263	274	285	296

3. Voir la figure au dessus.

Partie D

2009 correspond à $x = 10$.
Avec le modèle affine on prédit $y = 8 \times 10 + 198 = 278$.
Avec le modèle exponentiel on prédit $y = 199\text{e}^{0,04\times 10} = 199\text{e}^{0,4} \approx 296,9$.

EXERCICE 3 **5 points**

1. Pour $x = 5$ centaines $f(5) = 5\ln(5) - 3 \times 5 + 10 = 5\ln(5) - 5 \approx 3,047$.
Le coût moyen de production du litre, en euros, arrondi au centime est environ 3,05 €.
2. En dérivant le produit, on obtient :
$f'(x) = \ln(x) + x \times \dfrac{1}{x} - 3 = \ln x + 1 - 3 = \ln x - 2$.
3. On a $f'(x) \geqslant 0$ si $\ln x - 2 \geqslant$ ou $\ln x \geqslant 2$ ou $\text{e}^{\ln x} \geqslant \text{e}^2$ et $x \geqslant \text{e}^2$.
On trouverait de la même façon que $f'(x) \leqslant 0$ si $x \leqslant \text{e}^2$.
La fonction est donc décroissante sur $\left[1~;~\text{e}^2\right]$ et croissante sur $\left[\text{e}^2~;~13\right]$.
On a $f(1) = 1\ln 1 - 3 + 10 = 7$
$f(13) = 13\ln(13) - 3 \times 13 + 10 = 13\ln(13) - 29$.
$f\left(\text{e}^2\right) = \text{e}^2\ln\text{e}^2 - 3 \times \text{e}^2 + 10 = 2\text{e}^2 - 3\text{e}^2 + 10 = 10 - \text{e}^2$.
D'où le tableau de variations

x	1		e^2		13
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	7	$\searrow$	$10-\text{e}^2$	$\nearrow$	$13\ln(13)-29$

4. Le minimum de la fonction correspond à $x = \text{e}^2$ et on a vu que $f\left(\text{e}^2\right) = 10 - \text{e}^2 \approx 4,34$.
Il faut donc produire e^2 soit environ 261 litres pour obtenir un coût moyen par litre minimum de $10 - \text{e}^2 \approx 2,61$ €au centime près.

EXERCICE 4 **5 points**

1.

	Coupure de 10 €	Coupure de 20 €	Coupure de 50 €	Total
Billets falsifiés	0	3	2	5
Billets authentiques	600	797	598	1 995
Total	600	800	600	2 000

2. $V \cap F$: « Le billet choisi est une coupure de 20 € falsifiée ».
   $p(V \cap F) = \dfrac{3}{2\,000}$
3. $p_C(F) = \dfrac{p(F \cap C}{p(C)} = \dfrac{2}{600} = \dfrac{1}{300}$.
4. $p(F) = \dfrac{5}{2\,000} = \dfrac{1}{400}$.
   Comme $p_C(F) \neq p(F)$, les évènements F et C ne sont pas indépendants.