



Le graphique fourni en annexe donne la représentation graphique  $R_1$  de la fonction  $R$  et la représentation graphique  $C_1$  de la fonction coût de production notée  $C$  sur l'intervalle  $[0; 20]$ .

**Partie A : lectures graphiques**

Avec la précision permise par le graphique, répondre aux questions suivantes :

1. Quel est le coût de production de 900 pièces ?
2. Quelle fabrication hebdomadaire correspond à un coût de production de 90 000 € ?
3. Combien l'entreprise doit-elle fabriquer et vendre de pièces pour être bénéficiaire ?

**Partie B**

On admet que la fonction  $C$  définie sur l'intervalle  $[0; 20]$  est donnée par :

$$C(x) = 0,5x^2 + 6,5x + 10 + 4,5\ln(x + 1).$$

On rappelle que le coût de production, en milliers d'euros, est le nombre  $C(x)$ ,  $x$  étant le nombre de centaines de pièces produites ( $x$  est compris entre 0 et 20 centaines de pièces). On admet que toutes les pièces produites sont vendues.

1. a. Montrer que le bénéfice est donné par la fonction  $B$ , définie sur  $[0; 20]$  par :

$$B(x) = -0,5x^2 + 8,5x - 10 - 4,5\ln(x + 1).$$

On note  $B'$  la fonction dérivée de  $B$  sur l'intervalle  $[0; 20]$ .

- b. Calculer  $B'(x)$ .
- c. Vérifier que, pour tout réel  $x$  de l'intervalle  $[0; 20]$ ,  $B'(x) = \frac{(x + 0,5)(8 - x)}{x + 1}$ .
2. a. Justifier que le signe de  $B'(x)$  est celui de  $(8 - x)$  sur l'intervalle  $[0; 20]$ .
- b. En déduire le signe de  $B'(x)$  puis le tableau de variation de  $B$  sur l'intervalle  $[0; 20]$ .
3. Pour quelle fabrication hebdomadaire le bénéfice est-il maximal ? Quel est ce bénéfice maximal à l'euro près ?

**EXERCICE 3**

**5 points**

L'entreprise Iron SA exploite un filon de minerai de fer depuis 1950. La première année d'extraction l'entreprise a récupéré 20 000 tonnes de fer. Cependant depuis 1950, en raison des difficultés croissantes d'extraction, de l'appauvrissement du filon, les quantités extraites diminuent de 1 % par an. On appelle  $T_n$  le nombre de tonnes extraites l'année  $(1950 + n)$ . On a donc  $T_0 = 20 000$ .

*Les résultats seront arrondis à la tonne.*

1. Justifier que  $T_1 = 19 800$  puis calculer  $T_2$  et  $T_3$ .
2. Exprimer  $T_{n+1}$  en fonction de  $T_n$ .
3. Quelle est la nature de la suite  $(T_n)$  ? En déduire l'expression de  $T_n$  en fonction de  $n$ .
4. Quelle est la quantité extraite en 2008 ?

5. Montrer que la quantité totale extraite entre 1950 et l'année (1950 + n) est :

$$S_n = 2000\,000 \times (1 - 0,99^{n+1}).$$

6. En 1950, les géologues estimaient que ce filon recelait 1 000 000 de tonnes de métal, En quelle année théoriquement le filon sera-t-il épuisé ?

**Formulaire :**

— La somme S des (n + 1) premiers termes d'une suite arithmétique (u<sub>n</sub>) est donnée par :

$$S = u_0 + u_1 + \dots + u_n = (n + 1) \times \frac{u_0 + u_n}{2}.$$

— La somme S des (n + 1) premiers termes d'une suite géométrique (u<sub>n</sub>) de raison q (q > 1) est donnée par :

$$S = u_0 + u_1 + \dots + u_n = u_0 \times \frac{1 - q^{n+1}}{1 - q}.$$

**EXERCICE 4**

**4 points**

**Évolution de la population en France**

*Le tableau ci-dessous est extrait d'une feuille de calcul d'un tableur.*

*Il donne les populations urbaine et rurale françaises, en millions de personnes, entre 1954 et 1999.*

	A	B	C	D	E	F
1	Populations urbaine et rurale en France métropolitaine					
2		Population urbaine	Population rurale	Population totale	Taux de population urbaine	Indice de population urbaine
3		(en millions)	(en millions)	(en millions)	(en %)	
4	1954	24,5	18,2	42,7	57,4	100
5	1962	29,4	17,1			
6	1968	34,8	14,9			
7	1975	38,4	14,2			
8	1982	39,9	14,5			
9	1990	41,9	14,7			
10	1999	44,2	14,3			
11						
12	Source INSEE, recensement de la population					

**Dans cet exercice, on exprimera les taux en pourcentage et on arrondira les indices et les pourcentages au dixième.**

- Calculer pour l'année 1962 le taux de population urbaine en France par rapport à la population totale.
- On fixe l'indice de population urbaine à la base 100 en 1954. Quel est l'indice de population urbaine en 1962 ? En 1982 ?
- On s'intéresse dans cette question à l'évolution de la population totale.
  - Montrer qu'avec l'arrondi fixé le taux d'évolution global de la population française entre 1954 et 1999 est 37 %.
  - En déduire le taux annuel moyen d'augmentation entre 1954 et 1999.
  - Donner des formules à insérer dans la feuille de calcul précédente qui, entrées dans les cellules D5, E5 et F5, permettent par recopie vers le bas d'obtenir la plage des cellules D5 : F10.

ANNEXE

Exercice 2

