Baccalauréat STI2D Épreuve d'enseignement de spécialité

Métropole–La Réunion juin 2021

Physique-Chimie et Mathématiques

EXERCICE 1 commun à tous les candidats **4 points**
(physique-chimie et mathématiques)

Le son est produit par la vibration d'objets et il arrive jusqu'à nos oreilles sous forme d'ondes se propageant dans l'air. Les sons sont perçus de manière plus ou moins intense.
L'intensité sonore, ou intensité acoustique notée I et exprimée en W.m^{-2}, caractérise l'intensité du signal perçue par l'oreille.
On calcule le niveau d'intensité sonore noté L en décibels (dB) à partir de l'intensité sonore notée I (W.m^{-2}) par la relation : $L = 10\log\left(\dfrac{I}{I_0}\right)$.
On rappelle que $I_0 = 10^{-12}$ W.m^{-2} (intensité sonore minimale de référence).

Les deux parties peuvent être traitées de façon indépendante

Partie A : onde sonore et intensité

Nos oreilles peuvent être endommagées irrémédiablement si le niveau d'intensité sonore et la durée d'exposition au bruit sont trop importants.
Une personne souhaite assister au décollage de la fusée Ariane sans protection auditive.
Après avoir déterminé le niveau d'intensité sonore de la fusée Ariane au décollage, au voisinage de la rampe de lancement, utiliser les données ainsi que vos connaissances pour déterminer à quelle distance minimale la personne doit être de la rampe de lancement pour s'assurer que le bruit du décollage ne présente aucun risque pour son audition.

Données :
L'intensité acoustique du bruit généré par le décollage de la fusée Ariane vaut 10^2 W.m^{-2} à une distance de 100 m de la rampe de lancement.
On considère, pour simplifier, que l'oreille humaine ne subit pas de dommage pour un son dont le niveau d'intensité sonore ne dépasse pas 100 dB, pendant une durée d'exposition ne dépassant pas quatre minutes par jour.
Le niveau d'intensité sonore diminue de 20 dB lorsque la distance par rapport à la source est multipliée par 10.
Ainsi pour une distance à la source $d_2 = 10d_1$, $L(d_2) = L(d_1) - 20$ dB.

Partie B : étude mathématique

a. On rappelle que $L = 10\log\left(\dfrac{I}{I_0}\right)$. Montrer que $I = I_0 \times 10^{\frac{L}{10}}$

b. Calculer l'intensité sonore pour $L = 50$ (dB).

c. L'intensité sonore I double-t-elle lorsque l'on double le niveau d'intensité sonore L?

d. Pour une distance à la source d_1 (resp. d_2), on note L_1 (resp. L_2) le niveau d'intensité sonore à la distance d_1 (resp. d_2) de la source et I_1 (resp. I_2) l'intensité sonore à la distance d_1 (resp. d_2) de la source.

Le niveau d'intensité sonore diminue de 20 dB lorsque la distance par rapport à la source est multipliée par 10. Ainsi si $d_2 = 10d_1$, on a : $L_2 = L_1 - 20$ (dB).

Montrer que l'intensité sonore est divisée par 100 lorsque la distance par rapport à la source est multipliée par 10.

EXERCICE 3 commun à tous les candidats **4 points**

Le candidat doit traiter quatre questions parmi les six que comporte l'exercice.

Les questions sont indépendantes. Chacune d'elles est notée sur un point.

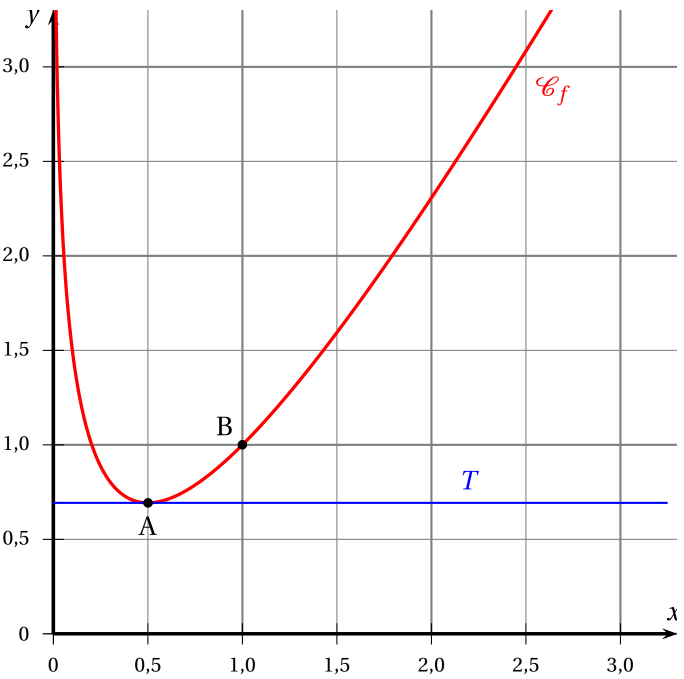
Le candidat choisit les quatre questions auxquelles il répond et indique clairement leur numéro sur sa copie en début d'exercice.

Question 1

On considère la fonction f définie sur $]0\ ;\ +\infty[$ par

$$f(x) = ax + b - \ln(x) \text{ où } a \text{ et } b \text{ sont des nombres réels.}$$

On note $\mathscr{C}$, la courbe représentative de f tracée dans le repère ci- dessous.
On note A le point d'abscisse 0,5 appartenant à la courbe $\mathscr{C}_f$.
On note T la tangente à la courbe $\mathscr{C}_f$, au point A. La droite T est parallèle à l'axe des abscisses.
Le point B(1 ; 1) appartient à la courbe $\mathscr{C}_f$.



a. Donner la valeur de $f(1)$. En déduire une relation entre a et b.

b. Justifier que $f'(0,5) = 0$. En déduire la valeur de a.

c. En déduire la valeur de b.

Question 2

Une entreprise achète une machine d'une valeur de 300 000 €. Cette machine perd de sa valeur au fil des années.
Cette perte exprimée en euro, à l'instant t exprimé en année, est modélisée par la fonction f définie sur [0; 15] par :

$$f(t) = 300000\left(1 - \mathrm{e}^{-0,09t}\right).$$

Au bout de combien d'années (résultat arrondi à l'unité) la machine aura-t-elle perdu la moitié de sa valeur ?

Question 3

On considère la fonction f définie sur $]0\,;\,+\infty[$ par

$$f(x) = 2x - 1 - \ln(x).$$

a. Montrer que pour tout x appartenant à $]0\,;\,+\infty[$, $f'(x) = \dfrac{2x-1}{x}$.

b. Dresser le tableau de variation de la fonction f sur $]0\,;\,+\infty[$ en faisant figurer la valeur exacte de son extremum.

On précisera les limites aux bornes de l'intervalle.

Question 4

a. On considère l'équation différentielle

$$(E): \quad y' + 0,0434y = 0.$$

Déterminer sur $[0\,;+\infty[$ la solution P de cette équation différentielle qui vérifie la condition initiale $P(0) = 6,75$.

b. Un signal de puissance initiale $P(0) = 6,75$ mW parcourt une fibre optique. La puissance du signal, exprimée en mW, lorsque celui-ci a parcouru une distance de x kilomètres depuis l'entrée de la fibre optique, est donnée par $P(x)$ où P est la fonction déterminée à la question a.

Montrer que la perte de puissance une fois que le signal a parcouru un kilomètre depuis l'entrée est d'environ 287 μW.

Question 5

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par

$$f(x) = \left(x^2 + 5x + 4\right)\mathrm{e}^{x}.$$

Soit F la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $F(x) = \left(x^2 + 3x + 1\right)\mathrm{e}^{x}$.

a. Montrer que, pour tout x appartenant à $\mathbb{R}$, $F'(x) = f(x)$.

b. Calculer $\displaystyle\int_0^1 f(x)\,\mathrm{d}x$.

Question 6

Rappel : Pour a et b deux réels, on a les formules suivantes :

- $\cos(a+b) = \cos(a)\cos(b) - \sin(a)\sin(b)$
- $\cos(a-b) = \cos(a)\cos(b) + \sin(a)\sin(b)$
- $\sin(a+b) = \sin(a)\cos(b) + \cos(a)\sin(b)$
- $\sin(a-b) = \sin(a)\cos(b) - \cos(a)\sin(b)$

La tension u aux bornes d'un générateur dépendant du temps t est donnée par :

$$u(t) = 240\cos(50t) - 240\sin(50t).$$

La tension u est exprimée en volt et le temps t est exprimé en seconde.

a. Montrer que pour tout t appartenant à $[0\,;\,+\infty[$,

$$u(t) = 240\sqrt{2}\cos\left(50t + \frac{\pi}{4}\right).$$

b. En déduire la fréquence $f = \dfrac{\omega}{2\pi}$, exprimée en Hz, délivrée par le générateur, où ω désigne la pulsation.
On arrondira le résultat à l'unité.