EXERCICE 1 (4 *points*) COMMUN À TOUS LES CANDIDATS

Chaque question de cet exercice admet une seule réponse exacte : a, b ou c.
Pour chacune des questions indiquer sur la copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.
Barème :
Une mauvaise réponse enlève la moitié des points attribués à la question. L'absence de réponse ne rapporte ni n'enlève de point. Si le total des points est négatif, la note globale attribuée à l'exercice est ramenée à 0.

QUESTIONS		RÉPONSES
Q1	D'une année sur l'autre, un produit perd 5 % de sa valeur. Le produit a perdu au moins 50 % de sa valeur initiale au bout de :	a. 10 années b. 13 années c. 14 années
Q2	Pour tous réels a et b, strictement positifs,$\ln(a^2) - \ln(ab)$ est égal à :	a. $\ln\left(\frac{a}{b}\right)$ b. $\ln(a-b)$ c. $\frac{\ln a}{\ln b}$
Q3	F est la primitive de la fonction f définie sur $]0;+\infty[$ par $f(x) = \frac{1}{x}$ telle que $F(1) = -1$. On a :	a. $F(e) = 1$ b. $F(e) = 0$ c. $F(e^2) = 2$

Pour toutes les questions suivantes, on donne ci-dessous le tableau de variations d'une fonction f définie et dérivable sur $]-3;+\infty[$. On appelle (C) sa courbe représentative dans un repère.

x	-3		-2		1		3		$+\infty$
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	0	$\searrow$	-2	$\nearrow$	0	$\nearrow$	1

QUESTIONS		RÉPONSES
Q4	F désigne une primitive de f sur $]-3;+\infty[$. F est :	a. strictement décroissante sur $]-2;3[$ b. strictement croissante sur $]-3;1[$ c. strictement croissante sur $]-2;3[$
Q5	La courbe (C) admet pour asymptote la droite d'équation :	a. $y = -3$ b. $x = 1$ c. $x = -3$
Q6	g est la fonction définie par $g(x) = \ln[f(x)]$ sur l'intervalle $]3;+\infty[$. On peut affirmer que :	a. $0 < g(x) < 1$ b. $g(x) > 0$ c. $g(x) < 0$

EXERCICE 2 (5 *points*) COMMUN À TOUS LES CANDIDATS

D'après une étude de la direction du tourisme concernant l'ensemble des résidents Français :
Est défini comme "voyage" , tout départ du domicile, retour à celui-ci avec au moins une nuit passée en dehors.
Ces voyages se décomposent en "séjours" de deux sortes :

- Séjours courts définis par le fait d'avoir passé entre une nuit et trois nuits en lieu fixe ;
- Séjours longs définis par le fait d'avoir passé au moins quatre nuits en lieu fixe.

Le mode d'hébergement d'un séjour peut être marchand (hôtel, camping, gîte etc ...) ou non marchand.
On considère que sur l'ensemble des résidents Français qui ont effectué au moins un voyage :

– Les séjours courts représentent 55% de l'ensemble des séjours ;
– 43% des séjours longs se font en hébergement marchand ;
– 36,4% de l'ensemble des séjours se font en hébergement marchand.

On interroge au hasard, un résident Français ayant effectué un voyage et on note :

– L : « l'évènement la personne a fait un séjour long » ;
– M : l'évènement « le mode d'hébergement du séjour est marchand » ;
– $\overline{A}$ l'évènement contraire de A.

Tous les résultats des différents calculs seront donnés sous forme décimale arrondie au millième.

1. Calculer la probabilité que la personne interrogée ait effectué un séjour long.
2. Représenter la situation par un arbre pondéré.
3. a. Calculer la probabilité que la personne interrogée ait effectué un séjour long en hébergement marchand.
   b. En déduire la probabilité que la personne interrogée ait effectué un séjour court en hébergement marchand.
4. Un résident Français effectue un séjour court, quelle est la probabilité qu'il choisisse un hébergement marchand ?
5. On interroge au hasard, un résident Français ayant choisi un hébergement non marchand au cours de son séjour. Quelle est la probabilité que le séjour de cette personne soit un séjour long ?

EXERCICE 3 (5 *points*) CANDIDATS N'AYANT PAS SUIVI L'ENSEIGNEMENT DE SPÉCIALITÉ

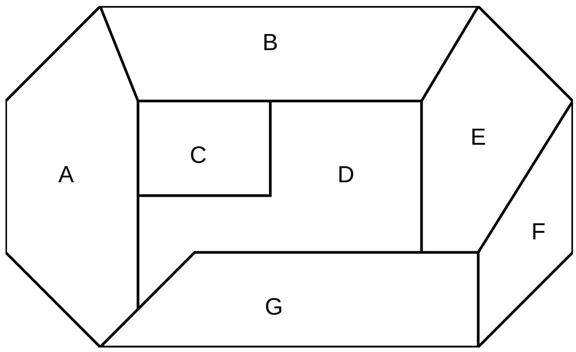
Le tableau suivant donne l'évolution du nombre de licenciés auprès de la Fédération française de handball pour les années 2000 à 2007 :

Année	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007
Rang de l'année : x_i	0	1	2	3	4	5	6	7
Nombre de milliers de licenciés y_i	273,8	300,5	318,9	319	338	364,4	350,1	367

1. Sur la copie, représenter le nuage de points associé à la série statistique (xi ; yi), le plan étant rapporté à un repère orthogonal (unités graphiques : 2 cm pour une année sur l'axe des abscisses, 5 cm pour cent milliers de licenciés sur l'axe des ordonnées en commençant à 250 milliers).
2. Dans cette question, on envisage un ajustement affine pour modéliser l'évolution du nombre de licenciés.
   a. Déterminer une équation de la droite d'ajustement de y en x obtenue par la méthode des moindres carrés, et la tracer sur le graphique précédent (les calculs seront effectués à la calculatrice et les coefficients seront arrondis à 10^{-2} près).
   b. En supposant que cet ajustement affine reste valable pour les années suivantes, en quelle année, le nombre de licenciés auprès de la Fédération française de handball sera-t-il supérieur à 500 000 ?
3. En raison des succès remportés par l'équipe de France de handball, on envisage un second modèle pour prévoir l'évolution du nombre de licenciés. On estime qu'à partir de 2007, le nombre de licenciés devrait augmenter de 9% chaque année.
   En quelle année, le nombre de licenciés auprès de la Fédération française de handball sera-t-il supérieur à 500 000 avec ce second modèle ?

EXERCICE 3 (5 *points*) CANDIDATS AYANT SUIVI L'ENSEIGNEMENT DE SPÉCIALITÉ

Sur la carte ci-dessous, sont représentés sept pays avec leurs frontières.

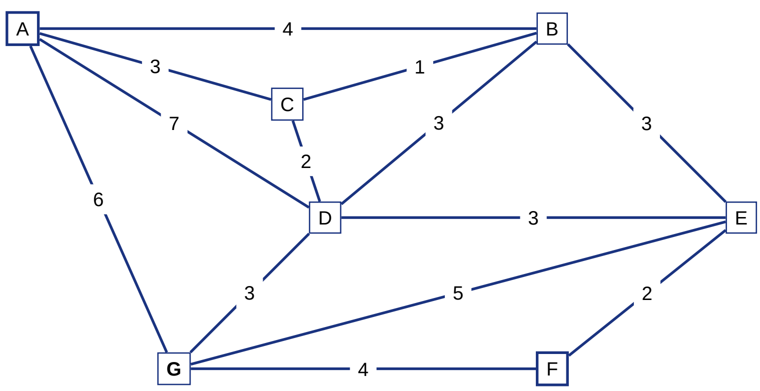


Les questions 1, 2 et 3 sont indépendantes. Toutes les réponses devront être justifiées.

1. On s'intéresse aux frontières séparant ces pays :
   a. Traduire cette carte par un graphe dont les sommets sont les pays et où chaque arête représente une frontière entre deux pays.
   b. On appelle M la matrice associée à ce graphe, les sommets étant pris dans l'ordre alphabétique. Une des trois matrices R, S ou T est la matrice M^3. Sans calculs, indiquer quelle est la matrice M^3.

$$R = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 2 & 3 & 3 & 1 & 1 \\ 2 & 4 & 2 & 3 & 1 & 1 & 3 \\ 2 & 2 & 3 & 2 & 2 & 0 & 2 \\ 3 & 3 & 2 & 5 & 2 & 2 & 2 \\ 3 & 1 & 2 & 2 & 4 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 0 & 2 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & 3 & 2 & 2 & 2 & 1 & 4 \end{pmatrix} \quad S = \begin{pmatrix} 8 & 12 & 9 & 12 & 7 & 4 & 11 \\ 12 & 8 & 9 & 12 & 11 & 4 & 7 \\ 9 & 9 & 6 & 11 & 6 & 4 & 6 \\ 12 & 12 & 11 & 12 & 12 & 4 & 12 \\ 7 & 11 & 6 & 12 & 6 & 6 & 10 \\ 4 & 4 & 4 & 4 & 6 & 2 & 6 \\ 11 & 7 & 6 & 12 & 10 & 6 & 6 \end{pmatrix} \quad T = \begin{pmatrix} 4 & 1 & 2 & 2 & 3 & 1 & 1 \\ 2 & 4 & 2 & 3 & 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 & 2 & 2 & 1 & 2 \\ 3 & 3 & 2 & 6 & 3 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 2 & 3 & 4 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 1 & 2 & 2 & 3 & 2 \\ 2 & 3 & 2 & 3 & 2 & 2 & 4 \end{pmatrix}$$

   c. Est-il possible, dans tous les cas, de se rendre d'un pays à un autre en franchissant exactement trois frontières ?
   d. Est-il possible de visiter tous les pays en franchissant une et une seule fois chacune des frontières ?
2. Proposer une coloration de la carte (ou du graphe) avec le minimum de couleurs afin que deux pays qui ont une frontière commune aient des couleurs différentes.
3. Une personne désire se rendre en train d'une ville située dans le pays A à une autre ville du pays F. Le graphe pondéré ci-dessous donne, en heures, les durées moyennes des liaisons ferroviaires existantes entre les différents pays en tenant compte des temps d'attente entre deux correspondances.



En précisant la méthode utilisée, déterminer le trajet le plus court que cette personne devra utiliser pour son voyage. Combien de temps faut-il prévoir pour effectuer ce trajet ?

EXERCICE 4 (6 *points*) COMMUN À TOUS LES CANDIDATS

PARTIE A

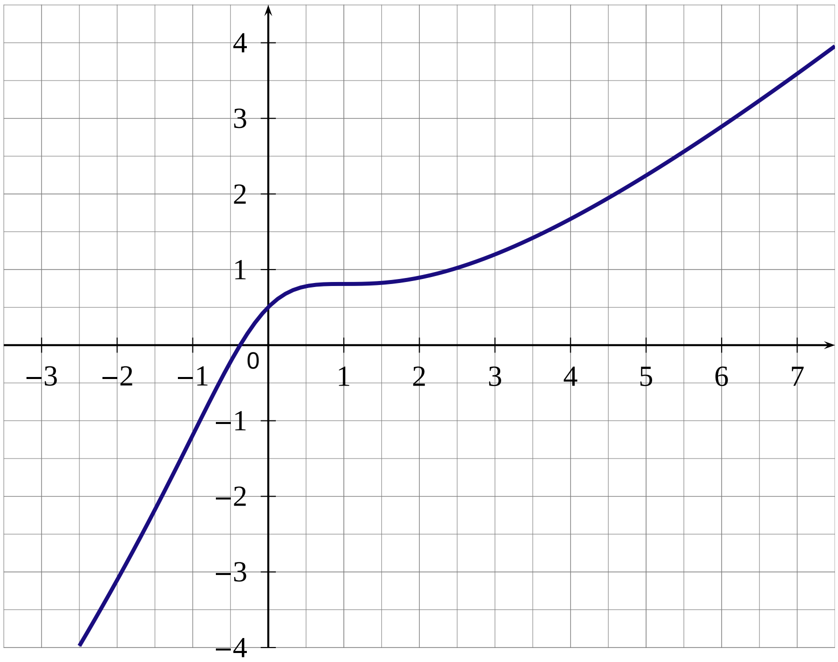
On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 1 - \dfrac{2x}{x^2+1}$.

1. Étudier le signe de f suivant les valeurs du réel x.
2. a. Montrer que les primitives de la fonction f sont les fonctions G définies sur $\mathbb{R}$ par $G(x) = x - \ln\left(x^2+1\right) + c$ où c est un nombre réel.

   b. En déduire que la primitive F de la fonction f telle que $F(3) = 1{,}2$ est la fonction F définie sur $\mathbb{R}$ par $F(x) = x + \ln\left(\dfrac{10}{x^2+1}\right) - 1{,}8$.

   c. Calculer $\lim\limits_{x \to -\infty} F(x)$

   d. Étudier le sens de variation de F sur $\mathbb{R}$.
3. La courbe représentative de la fonction F dans un repère du plan est tracée ci-dessous.



   a. Déterminer une équation de la tangente T à la courbe au point d'abscisse 3.

   b. Tracer la tangente T dans le repère précédent.

PARTIE B

Dans cette question, toute trace de recherche, même incomplète ou d'initiative même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.

Une entreprise fabrique x milliers d'articles par jour, ($0 < x \leq 5$).

Le prix de revient moyen d'un article, exprimé en euros, dépend du nombre d'articles produits et est modélisé par la fonction C définie sur l'intervalle $]0; 5]$ par $C(x) = \dfrac{F(x)}{0{,}5x}$.

Le tableau donnant le signe de la dérivée C' de la fonction C est :

x	0		3		5
$C'(x)$	||	$-$	0	$+$	

Calculer le prix de revient moyen minimal d'un article. Quel est alors le montant en euros du coût total de production ?