

∞ Techniciens supérieurs de l'aviation 19 mai 2006 ∞
Techniciens supérieurs des études et de l'exploitation de l'aviation
civile

ÉPREUVE OPTIONNELLE OBLIGATOIRE

MATHÉMATIQUES

Question 1 : Soient $Z = \frac{\sqrt{6} - i\sqrt{2}}{2}$, $Z' = 1 - i$ et $Z'' = \frac{Z}{Z'}$.

Le nombre complexe Z'' est égal à :

- A. $\frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4} - i \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}$
 B. $\frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4} + i \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}$
 C. $\frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4} - i \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}$
 D. $\left(\frac{1}{4} - \frac{1}{4}i\right)\sqrt{2} + \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{4}i\right)\sqrt{6}$

Question 2 : L'écriture exponentielle de Z est :

- A. $\frac{\sqrt{2}}{2}e^{-i\frac{\pi}{6}}$
 B. $\frac{1}{2}e^{-i\frac{\pi}{6}}$
 C. $\frac{\sqrt{3}}{2}e^{-i\frac{\pi}{6}}$
 D. $\frac{\sqrt{2}}{2}e^{i\frac{\pi}{6}}$

Question 3 : La forme trigonométrique de Z'' est :

- A. $\frac{1}{2} \left(\cos \frac{-\pi}{12} + i \sin \frac{-\pi}{12} \right)$
 B. $\frac{1}{2} \left(\cos \frac{\pi}{12} + i \sin \frac{\pi}{12} \right)$
 C. $\frac{1}{2} \left(\cos \frac{5\pi}{12} + i \sin \frac{5\pi}{12} \right)$
 D. $\frac{1}{2} \left(\cos \frac{\pi}{12} + i \sin \frac{\pi}{12} \right)$

Question 4 : L'équation : $x^2 + x + 1 = 0$, admet dans \mathbb{C} , deux racines :

- A. $\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$ et $-\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$
 B. $\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$ et $\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$
 C. $\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$ et $-\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$
 D. $-\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$ et $-\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$

Question 4 : Si $z = \cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4}$ et $z' = 3e^{\frac{3i\pi}{4}}$, alors zz' est égal à :

- A. 9
- B. -3
- C. 3
- D. 10

Question 6 : $\cos x \sin^2 x$ est égal à :

- A. $\frac{1}{4} \cos x + \frac{1}{4} \cos 3x$
- B. $-\cos x + \frac{1}{4} \cos 3x$
- C. $\frac{1}{4} \cos x - \cos 3x$
- D. $\frac{1}{4} \cos x - \frac{1}{4} \cos 3x$

Question 7 : Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R} - \{1\}$ par $f(x) = \frac{x^2 - x + 2}{x - 1}$ et on note \mathcal{C} sa courbe représentative dans un repère orthonormal. Alors quelle est l'affirmation juste?

- A. $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$
- B. f est croissante sur $]1; +\infty[$
- C. La droite d'équation $y = x$ est une asymptote à \mathcal{C}
- D. \mathcal{C} n'a pas d'asymptote verticale

Question 8 : Le polynôme $x^3 - 7x^2 + 15x - 9$ est égal à :

- A. $(x - 1)(x - 3)^2$
- B. $(x - 1)(x^2 - 9)$
- C. $(x + 1)(x^2 - 9)$
- D. $(x - 1)(x + 3)^2$

Question 9 : L'ensemble des solutions de l'équation $(\ln x)^3 - 7(\ln x)^2 + 15 \ln x - 9 = 0$ est égal à :

- A. $\{e; e^3\}$
- B. $\{1; 3\}$
- C. $\{e^{-3}; e^3\}$
- D. $\{e\}$

Question 10 : L'intégrale $\int_0^{\frac{\pi}{2}} (2x + 1) \cos x \, dx$ est égale à :

- A. $1 - \pi$

- B. $2\pi - 1$
- C. $\pi - 1$
- D. π

Question 11 : Soit g la fonction définie sur $]1; +\infty[$ par $g(x) = \ln\left(\frac{x-1}{x+1}\right)$.

Sa dérivée g' , est définie par :

- A. $g'(x) = \frac{1}{x-1} - \frac{1}{x+1}$
- B. $g'(x) = \frac{2}{(x+1)^2}$
- C. $g'(x) = \frac{2}{(x-1)^2}$
- D. $g'(x) = \frac{2}{x^2-1}$

Question 12 : Soit f la fonction définie sur $]0; +\infty[$ par $f(x) = \frac{x+1}{x^2+2x+3}$.

Une primitive de f est G définie par :

- A. $G(x) = \ln(x^2 + 2x + 3)$
- B. $G(x) = \frac{\ln(x^2 + 2x + 3)}{2}$
- C. $G(x) = \frac{1}{2} \ln x + 2$
- D. $G(x) = \ln\left(\frac{x^2 + 2x + 3}{2}\right)$

Question 13 : Le quart d'une population est vacciné contre le choléra. On constate qu'il y a parmi les malades un vacciné pour quatre non vaccinés. On sait de plus qu'il y a un malade sur 12 parmi les vaccinés.

La probabilité qu'un élément de la population pris au hasard soit malade est :

- A. $\frac{1}{12}$
- B. $\frac{9}{48}$
- C. $\frac{5}{48}$
- D. $\frac{1}{9}$

Question 14 : La probabilité de tomber malade pour un non vacciné est :

- A. $\frac{1}{9}$
- B. $\frac{2}{9}$

- C. $\frac{5}{48}$
- D. $\frac{9}{48}$

Question 15 : Le vaccin diminue le risque d'être malade de;

- A. 30 %
- B. 25 %
- C. 75 %
- D. 95 %