

## Les programmes

Nous publions ci-dessous le programme de Seconde C D T (horaire hebdomadaire : 5 heures) adopté le 5 Juin 1972 par la Commission Ministérielle et dont l'application était prévue pour Septembre 1973.

Précisons que l'A.P.M.E.P. n'a en rien collaboré à l'élaboration de ce programme.

### Le projet de programme de seconde

Le programme ci-dessous fixe des *objectifs*, en laissant la liberté au professeur de choisir la voie à suivre et l'ordre d'exposition.

Les exemples cités sont donnés à titre indicatif ; ils ne sont ni obligatoires ni exhaustifs. Ce programme donne de nombreuses occasions de revoir les notions relatives aux relations, applications, structures ; aucune révision systématique n'est à faire à leur sujet.

A l'occasion des divers énoncés rencontrés, les élèves auront leur attention attirée sur le rôle joué en mathématiques par les principaux "connecteurs" (*et, ou, non, si ... alors* et ses synonymes, *équivalent* et ses synonymes) et "quantificateurs" (*quel que soit, il existe*). Ils noteront leurs règles d'emploi, tant pour formuler les énoncés que pour conduire les raisonnements.

#### I — ALGÈBRE LINÉAIRE ET SES APPLICATIONS

Nota bene. Dans toute cette partie, on s'attachera à montrer l'utilité de figures, soit que celles-ci représentent l'espace sensible dont on cherche à construire un modèle mathématique, soit qu'elles donnent une image suggestive d'une étude théorique ; on indiquera notamment des conventions relatives à la représentation de vecteurs.

##### 1 — Introduction à la notion d'espace vectoriel sur $R$

Exemples d'ensembles où sont définies des combinaisons linéaires, et de sous-ensembles stables par combinaisons linéaires : *Ensembles de fonctions numériques* (en particulier, fonctions numériques d'une variable réelle dont on fera l'étude et dont on donnera la représentation graphique, cf. II. 2),  $R^n$  pour quelques valeurs numériques de  $n$  ( $y$  compris  $n = 1, 2$  ou  $3$ ), ensemble des "vecteurs du plan" (cf. Programme de géométrie de quatrième et I. 4).

Exemples de combinaisons linéaires de vecteurs dans des situations qui préparent la définition des bases.

## 2 — Mise en forme des résultats de l'étude précédente

Définition des espaces vectoriels sur  $\mathbb{R}$ , de leurs sous-espaces vectoriels, de la dépendance linéaire d'une famille de vecteurs. Bases et dimension, coordonnées d'un vecteur dans une base : définition et exemples : l'espace des "vecteurs du plan" a une infinité de bases qui ont toutes deux éléments.

(L'existence générale et la non-unicité des bases, la notion de dimension seront admises : aucune démonstration générale ne sera faite à ce sujet).

L'intersection de sous-espaces vectoriels est un sous-espace vectoriel.

## 3 — Applications linéaires

Définition, exemples (homothéties, projections, ...). Isomorphismes d'un espace vectoriel sur un autre : une base à  $p$  éléments d'un espace vectoriel  $E$  détermine un isomorphisme de  $E$  sur  $\mathbb{R}^p$ .

Sur des exemples, image et noyau d'une application linéaire.

Equations linéaires ; système de deux équations linéaires à deux inconnues.

## 4 — Géométrie plane

Vecteurs et translations du plan étudié en classe de quatrième.

Représentation vectorielle des droites du plan.

Exemples d'applications affines du plan dans lui-même : translations, homothéties, symétries, projections ...

Repères cartésiens. Interprétation géométrique d'une équation linéaire, d'un système de deux équations linéaires à deux inconnues.

Rapport de projection orthogonale (rappel de la classe de troisième) dans le plan euclidien : produit scalaire, c'est une forme bilinéaire symétrique définie positive sur l'espace vectoriel des "vecteurs du plan". Application à des problèmes métriques, par exemple, transformation de l'expression  $MA^2 + k MB^2$ .

## 5 — Géométrie de l'espace

Etude descriptive de l'espace physique dont on pourra construire un premier modèle en étendant les méthodes vectorielles utilisées dans le plan, les vecteurs ou translations décrivant alors un espace vectoriel de dimension 3 sur  $\mathbb{R}$

Positions relatives de droites et de plans de l'espace. (On pourra soit faire "constater" les résultats au cours de l'étude descriptive de

l'espace, soit déduire certains d'entre eux de la représentation vectorielle des droites et plans qu'on aura introduite).

Représentation de droites et de plans en perspective cavalière et en géométrie descriptive. (On remarquera que, bien que les instruments de dessin utilisés soient le té, l'équerre, la règle graduée, seules des propriétés affines interviennent dans les dessins envisagés).

## II — INTRODUCTION A L'ANALYSE

1 — *Structure de corps de  $\mathbb{R}$*  (toute étude générale de la structure des corps est en dehors du programme)

a) Rappels de quatrième : application valeur absolue. Distance liée à la valeur absolue. Intervalles. Encadrement d'éléments de  $\mathbb{R}$  par des nombres décimaux. Ordre de grandeur d'un résultat. Chiffres significatifs.

b) Calculs approchés dans des applications concrètes (physiques, technologiques, ... etc). On admettra que si l'on a :

$$a \in \left\{ -2, -1, -\frac{1}{2}, +\frac{1}{2}, 2 \right\}, \quad x \in \mathbb{R} \quad |x| < \frac{1}{2}$$

alors on a :

$$|(1+x)^a - 1 - ax| \leq 8x^2$$

Maniement de tables numériques ; usage d'une machine à calculer de bureau, de papier gradué ...

2 — *Fonctions numériques d'une variable réelle et leurs représentations graphiques*

Fonctions monotones dans un intervalle. Fonctions affines par intervalles. Fonctions  $x \mapsto \frac{a}{x}$ .

Exercices de calcul sur les fonctions polynomes et les fonctions rationnelles.

3 — *Pour  $a$  strictement positif donné, homomorphisme  $n \mapsto a^n$  de  $(\mathbb{Z}, +)$  dans  $(\mathbb{R}^+, \times)$ .*

Exemples d'utilisations physiques, technologiques ou économiques ... etc.

Maniement de la règle à calcul.

4 — *Polynome du second degré à coefficients dans  $\mathbb{R}$  ; décompositions, somme et produit de ses racines éventuelles.*

N.B. Les problèmes proposés aux élèves, et dont les origines pourront être empruntées à d'autres disciplines que les mathématiques et pourront conduire à des équations et inéquations du premier ou second degré, devront en général comporter des questions de calcul numérique.

Portant sur des phénomènes connus des élèves, ils pourront être présentés de façon à nécessiter un travail simple de mathématisation pour traduire leur énoncé en langage mathématique.

## **Projet de programme de mathématique**

### **Classe de seconde B.E.P.**

#### **I Révision**

Calculs relatifs aux fonctions : diviseurs à disque, filetage.

Nombres décimaux : problèmes de métrologie.

Rapports et proportions : transmissions par engrenages et poulies.

Transformation des formules en liaison avec les équations du 1er degré : vitesse de coupe d'un outil, temps d'usinage.

Relations métriques dans le triangle rectangle : calcul des longueurs d'une forme métallique ou d'un pylône, calcul de la flèche d'une corde.

Coordonnées cartésiennes, distance de deux points : problèmes de cotation, entre-axes.

Calcul numérique sur les nombres irrationnels : filetages normalisés.

Trigonométrie du triangle rectangle : pente d'une clavette, conicité, cotes sur pîges.

Constructions géométriques : application au traçage.

#### **II Calcul numérique**

#### **III Langage des ensembles**

— Emploi du vocabulaire de la logique

— Ensembles

— Notions d'algèbre de Boole.

#### **IV Relations - Applications - Fonctions**

#### **V Vecteurs**

Bipoints - Vecteurs.

Bijection du plan pointé par la donnée d'une origine sur l'ensemble des vecteurs du plan.

Addition - Multiplication externe.

Projection sur une droite vectorielle.

Projection de la somme de plusieurs vecteurs.

## VI Trigonométrie

Rotation vectorielle - Angle d'une rotation vectorielle.

Application de la droite numérique sur le cercle.

"Mesure" de l'angle d'une rotation.

Définition des fonctions circulaires  $\cos$ ,  $\sin$ ,  $\operatorname{tg}$ ,  $\operatorname{cotg}$ .

On explicitera les relations entre les fonctions définies ici et les rapports trigonométriques introduits en classe de troisième.

Relations entre  $\cos x$  et  $\sin x$ , entre  $\cos x$  et  $\operatorname{tg} x$ .

Relations entre les images par les fonctions circulaires du réel  $x$  et des réels :

$$-x ; \pi - x ; \frac{\pi}{2} - x ; \pi + x ; \frac{\pi}{2} + x.$$

Usage des tables de valeurs numériques des fonctions circulaires.

Projections orthogonales sur un axe.

Relations trigonométriques dans le triangle rectangle.

Applications.

## Projet d'un programme maximal de mathématique relatif aux C.E.T. en deux ans (B.E.P.)

### INTRODUCTION

Les élèves ont suivi un enseignement mathématique rénové jusqu'en troisième. Le groupe de travail estime qu'on ne doit pas oublier ce passé, mais l'utiliser pour donner un enseignement culturel, orienté vers les applications à la profession.

Il paraît souhaitable de supprimer l'épreuve de sciences appliquées, au B.E.P., et de la remplacer par une épreuve de mathématique et une épreuve de sciences, distinctes, de 1 h 30 chacune.

### CLASSE DE SECONDE B.E.P.

#### 1. CALCUL NUMÉRIQUE

Valeurs approchées.

Encadrement du résultat d'une opération.

Tables numériques — Interpolations.

Suites de nombres : progressions.

Logarithmes décimaux.  
Usage des tables de logarithmes.  
Calculs logarithmiques.  
Usage de la règle à calcul.

*Nota* : Le professeur introduira la pratique du calcul numérique au fur et à mesure des besoins.

## II. REVISION DES NOTIONS ENSEMBLISTES

Notions d'algèbre de Boole.  
Notions de logique.

*Nota* : Consacrer à cette partie 10 leçons au plus.  
Utiliser soit l'implication, soit l'inférence, mais non l'une et l'autre : de préférence l'implication.

## III. NOTION D'APPLICATION

Fonction numérique d'une variable réelle :

$$x \mapsto ax$$

$$x \mapsto ax + b$$

$$x \mapsto ax^2$$

Equation du premier degré à une inconnue dans  $\mathbb{R}$ .

Système d'équations du premier degré à deux inconnues dans  $\mathbb{R}$ .

Equation du deuxième degré à une inconnue dans  $\mathbb{R}$ .

## IV. BIPOINTS. VECTEURS

Définition (vecteurs comme classe d'équivalence de bipoints).

Addition des vecteurs — soustraction des vecteurs — multiplication d'un vecteur par un scalaire.

Projections d'un vecteur sur un axe, sur un plan.

Projection de la somme de plusieurs vecteurs.

Liberté est laissée au professeur de dégager la notion d'espace vectoriel à la fin de ce chapitre.

## V. TRIGONOMETRIE

Application de la droite numérique sur le cercle.

Définition (dans un repère orthonormé) des rapports trigonométriques d'un angle :  $\cos x$ ,  $\sin x$ ,  $\operatorname{tg} x$ ,  $\operatorname{cot} x$ .

Relations entre les rapports trigonométriques d'un angle.

Relations entre les rapports trigonométriques des arcs associés sur le cercle trigonométrique.

Projection orthogonale d'un vecteur sur un axe.

Relations trigonométriques dans le triangle rectangle.  
Application à la résolution des triangles rectangles.  
Triangles quelconques : carré d'un côté, proportionnalité des côtés  
aux sinus des angles opposés.

### *CLASSE DE PREMIERE B.E.P.*

#### *I. CALCUL NUMERIQUE*

Séries Renard - Lecture des abaques.

#### *II. FONCTIONS D'UNE VARIABLE REELLE*

Notion de limite (tous les théorèmes relatifs aux limites sont admis).

Notion de nombre dérivé d'une fonction numérique d'une variable réelle, fonction dérivée d'une fonction.

Application des dérivées à l'étude des fonctions :

$$x \mapsto ax^2 + bx + c$$

$$x \mapsto \frac{a}{x}, \quad x \mapsto \frac{ax + b}{cx + d}$$

Etude des fonctions circulaires.

Dérivées des fonctions circulaires.

#### *III. CINEMATIQUE*

Etude des mouvements rectilignes : uniforme, uniformément varié.

Etude du mouvement circulaire uniforme. Mouvement périodique.

#### *IV. TRIGONOMETRIE*

Démonstrations des formules relatives à :

$$\cos(a \pm b) \quad \sin(a \pm b) \quad \operatorname{tg}(a \pm b)$$

$$\cos 2a \quad \sin 2a \quad \operatorname{tg} 2a .$$

#### *V. STATISTIQUE DESCRIPTIVE* actuelle et application aux diverses professions.

#### *VI. NOTIONS DE GEOMETRIE ANALYTIQUE* (repère orthonormé)

Droite définie par un point et une direction.

Droite définie par deux points.

Equation du cercle.

#### *VII. GEOMETRIE DANS L'ESPACE* (vue sous un aspect physique avec un système d'axiomes nettement explicités)

Détermination du plan.  
Parallélisme de droites et de plans.  
Angle de deux droites. Orthogonalité.  
Angles dièdres.  
Droite et plan perpendiculaires.  
Plans perpendiculaires.  
Angle d'une droite et d'un plan.  
Projection orthogonale sur un plan.

Etude de quelques solides usuels : Prismes et pyramides, cylindres et cônes, sphère.

## **Programme de mathématique pour les classes préparant, en trois ans, à un C.A.P. industriel**

(3 heures hebdomadaires dont 1 heure de travaux dirigés)

### **Partie commune du programme**

Dans ces classes, l'enseignement mathématique doit être à la fois culturel, orienté vers les applications à la profession et harmonisé avec l'enseignement des Sciences.

Les raisonnements logiques et déductifs seront introduits progressivement dès la première année ; on utilisera le plus possible les notions ensemblistes.

Le cours de géométrie sera traité, bien entendu, dans un espace physique, organisé par certains axiomes suggérés par l'expérience et nettement explicités. On ne raisonnera pas sans le support de figures.

Le calcul mental sera utilisé à chaque occasion favorable.

On attachera une très grande importance au calcul numérique, à l'ordre de grandeur et à la vraisemblance des résultats.

### **PREMIERE ANNEE C.A.P.**

#### **I. LANGAGE DES ENSEMBLES**

1. A partir de l'étude de situations concrètes : référentiel ; ensemble, appartenance ; sous-ensemble, inclusion ; complémentaire ; ensemble vide.
2. Opérations : intersection ; réunion.
3. Produit cartésien de deux ensembles ; relation des éléments d'un ensemble vers les éléments d'un ensemble, graphe d'une relation ;



application d'un ensemble vers un ensemble, bijection, application réciproque.

4. Relation d'équivalence sur un ensemble ; classes d'équivalence ; partition.
5. Notion de relation d'ordre.

Suite circulaire 72242 du 21.6.1972 publiée au B.O.E.N. n° 26

1ère application : session de Juin 1975

## II. *NOMBRES ENTIERS NATURELS*

1. L'ensemble  $N$  des entiers naturels ; cardinal d'un ensemble fini, introduit à partir des bijections ; relation d'ordre total sur  $N$ .
2. Systèmes de numération : base 10 ; base 2 ; conversions.
3. Opérations sur les nombres entiers ; contrôle de l'acquisition de la technique et du sens des opérations d'addition et de multiplication. Propriétés. Soustraction.
4. Puissances à exposant entier strictement positif.
5. Multiples et diviseurs d'un entier naturel ; division euclidienne d'un entier naturel par un autre ; caractères de divisibilité.
6. Nombres premiers. Décomposition d'un entier naturel en produit de facteurs premiers.
7. Plus grand diviseur commun.
8. Plus petit multiple commun.

## III. *NOMBRES DECIMAUX*

1. Nombres décimaux introduits à partir de la mesure de longueurs : graduation d'une demi-droite ; nombres à virgule et encadrement.
2. Opérations sur les nombres décimaux, présentées à partir d'un changement d'unité.
3. Intervalles.

## IV. *GEOMETRIE DANS LE PLAN METRIQUE EUCLIDIEN*

- Les éléments : point, droite, plan.  
Le plan est un ensemble de points dont certaines parties se nomment droites.  
On explicitera les axiomes.  
Demi-droites ; segments ; demi-plans. Droites sécantes, droites parallèles. Direction de droites.
- Isométrie des segments : notion de longueur d'un segment ; unités de

- longueur ; mesure des longueurs ; usage des instruments de mesure des longueurs.
- Bipoints (ou vecteurs liés) ; équipollence ; vecteurs.
  - Définition du cercle ; exercice sur la longueur du cercle ; arcs isométriques d'un cercle.
  - Bande et secteur angulaire considérés comme intersection de deux demi-plans.
  - Isométrie des secteurs angulaires : arcs de cercle et secteurs angulaires ; notion d'angle (classe d'équivalence de secteurs angulaires) ; égalité, addition des angles. Angle plat ; angle droit ; droites perpendiculaires.
  - "Mesure" des angles. "Système" sexagésimal. Exercices de calcul ; usage des instruments.
  - Angles supplémentaires ; angles complémentaires. Isométrie des secteurs angulaires opposés par le sommet.
  - Symétrie axiale introduite à partir du pliage.
  - Médiatrice d'un segment ; propriété caractéristique. Construction.
  - Perpendiculaire menée d'un point à une droite ; unicité (admise) ; constructions ; distance d'un point à une droite.
  - Bissectrice d'un secteur angulaire : propriété caractéristique ; construction ; applications.
  - Etude *descriptive* de figures planes usuelles, intersection de bandes et de secteurs angulaires : triangles (droites remarquables) ; quadrilatères ; trapèzes ; parallélogrammes ; rectangles ; losanges ; carrés.
  - Usage des formules exprimant les aires de surfaces planes usuelles, et les volumes de solides usuels ; calcul de la masse d'un solide dont la masse volumique est connue.
  - Lecture de tables.

## DEUXIEME ANNEE C.A.P.

### I. ENSEMBLES $Z$ , $Q$ , $R$ .

#### 1. Ensemble $Z$ des entiers relatifs :

Le professeur pourra, au choix, introduire  $Z$  par symétrisation de  $N$ , ou par une relation d'équivalence définie sur l'ensemble des couples  $(a, b)$  de  $N \times N$ .

Dans l'un ou l'autre cas, il partira d'une étude concrète et ne s'attardera pas sur les notions théoriques ; les élèves doivent surtout être entraînés au calcul.

Application : résolution, dans  $Z$ , des équations du type  $x + a = b$ .

2. Ensemble  $Q$  des rationnels :

Une fraction est une notation d'un rationnel.

L'ensemble  $Q$  sera introduit, à partir d'une étude concrète, par une relation d'équivalence sur l'ensemble des couples  $(a, b)$  de  $Z \times Z$  ; on ne s'attardera pas sur les notions théoriques.

Application : résolution, dans  $Q$ , des équations du type  $ax = b$ .

3. Puissances à exposant entier positif (révision) ; introduction de l'exposant nul et des exposants entiers négatifs. Applications.

4. Racine carrée, présentée comme application réciproque de l'élevation au carré ; racine carrée d'un produit, d'un quotient.

Usage des tables (l'algorithme de l'extraction de la racine carrée n'est pas au programme).

5. Idée de l'ensemble  $R$  des nombres réels.

6. A partir du groupe des  $a^n$  ( $a$  est élément de  $R$  et  $n$  est élément de  $Z$ ), usage de la règle à calcul ; séries Renard.

7. Rapports et proportions : définitions, propriétés ; applications.

## II. CALCUL ALGEBRIQUE LITTERAL

1. Monômes : définitions ; monômes semblables ; valeur numérique d'un monôme.

2. Polynômes à une indéterminée : définitions, réduction ; valeur numérique d'un polynôme.

3. Multiplication d'un monôme par un polynôme, d'un binôme par un binôme.

4. Produits usuels :  $(a + b)^2$  ;  $(a - b)^2$  ;  $(a + b)(a - b)$ .

Application au calcul mental et à la factorisation des expressions algébriques.

## III. FONCTIONS NUMERIQUES D'UNE VARIABLE REELLE

1. Révision des applications d'un ensemble vers un ensemble, étudiées en première année.

2. Grandeurs proportionnelles, présentées à partir de situations concrètes, comme application d'un ensemble de nombres vers un ensemble de nombres. On ne parlera pas de règle de trois.

3. Fonction linéaire,  $f$ , définie par  $f(x) = ax$ . Abaques.

4. Fonction affine,  $f$ , définie par  $f(x) = ax + b$ . Applications.

#### IV. GEOMETRIE

1. Isométrie des triangles : axiomes d'isométrie ; applications.
2. Isométrie des triangles rectangles : applications.
3. Triangles isocèles, triangles équilatéraux.
4. Droites parallèles : propriétés ; notion de direction de droites ; parallèles coupées par une sécante.
5. Somme des angles d'un triangle ; applications.
6. Polygones : terminologie ; somme des angles d'un polygone convexe.
7. Trapèzes ; parallélogrammes ; rectangles ; losanges ; carrés : propriétés caractéristiques, éléments de symétrie.
8. Cercle et disque : terminologie ; angle au centre et arc intercepté ; corde sous-tendue ; symétries, applications ; angle inscrit, applications ; tangentes au cercle, propriétés, construction d'une tangente de direction donnée ou passant par un point donné.
9. Raccordements ; application au dessin.  
On traitera quelques exemples, dont celui des tangentes communes à deux cercles.

#### TROISIEME ANNEE C.A.P.

##### I. FONCTIONS NUMERIQUES D'UNE VARIABLE REELLE. EQUATIONS.

1. Révision : fonction linéaire, fonction affine.
2. Notion d'équation ; équations à coefficients numériques, du premier degré à une inconnue dans  $\mathbb{R}$  ; équations à coefficients numériques, du premier degré à deux inconnues dans  $\mathbb{R}$  ; représentation graphique de l'ensemble des solutions.
3. Systèmes de deux équations à coefficients numériques, du premier degré à deux inconnues dans  $\mathbb{R}$  ; résolution graphique d'un tel système d'équations.
4. Fonction  $f$ , définie par  $f(x) = a x^2$  ; applications.
5. Grandeurs inversement proportionnelles ; fonction  $f$  définie par  $f(x) = \frac{a}{x}$  ; applications.

##### II. GEOMETRIE

1. Rapport de deux longueurs ; points divisant un segment dans un rapport donné.

2. Parallèles équidistantes. Axiome de Thalès ; application au calcul de longueurs de segments ; application au triangle ; réciproque ; constructions.
3. Homothétie : définition ; propriétés ; figures homothétiques des figures usuelles.
4. Similitude des triangles : définition ; rapport de similitude (ou échelle) ; caractères de similitude.
5. Relations métriques dans un triangle rectangle ; théorème de Pythagore ; réciproque ; diagonale d'un carré, hauteur d'un triangle équilatéral, calculs numériques portant sur des nombres irrationnels.
6. Fonctions circulaires : définitions (sinus, cosinus, tangente, cotangente) ; représentation graphique ; usage des tables ; relations trigonométriques dans un triangle rectangle ; application aux calculs d'atelier et aux constructions géométriques.
7. Polygones réguliers : terminologie ; propriétés ; constructions ; calcul du côté, de l'apothème, du périmètre.
8. Longueur du cercle (approche de la notion de limite par les polygones réguliers inscrits et circonscrits) ; aire du disque ; longueur d'un arc ; applications au tracé.
9. Cylindre et cône de révolution : étude géométrique : aires et volumes (admis).

Prévoir les compléments adaptés aux divers C.A.P.