

Fonction exponentielle – Série 1 – Correction

CONSIGNE Calculer l'image ou l'antécédent(s) d'un nombre par des fonctions comprenant la fonction exponentielle. Utiliser $\exp(0) = 1$ et $\exp(1) = e$.
Résoudre une équation ou une inéquation.

Image et antécédent(s)

Répondre aux questions en donnant la forme la plus simple possible.

Question 1

Quelle est l'image de 1 par la fonction \exp ?

$$\exp(1) = e$$

L'image de 1 par la fonction exponentielle est e .

Question 2

Quel est l'antécédent de 1 par la fonction \exp ?

On sait que $\exp(0)=1$.

L'antécédent de 1 par la fonction exponentielle est 0.

Question 3

Résoudre l'équation $\exp(x) = e$.

$$\exp(x) = e \Leftrightarrow x = 1$$

$$S = \{1\}$$

Question 4

Quelle est l'image de 2 par la fonction f définie par $f(x) = \exp(2x - 4)$?

$$f(2) = \exp(2 \times 2 - 4) = \exp(0) = 1$$

L'image de 2 est 1.

Question 5

Quel est l'antécédent de e par la fonction f définie par $f(x) = \exp(2x - 4)$?

$$f(x) = e \Leftrightarrow \exp(2x - 4) = e$$

$$\Leftrightarrow 2x - 4 = 1$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{5}{2}$$

L'antécédent de e par f est $\frac{5}{2}$.

Question 6

Quel est l'antécédent de e^2 par la fonction f définie par $f(x) = \exp(2x)$?

$$f(x) = e^2 \Leftrightarrow \exp(2x) = e^2$$

$$\Leftrightarrow 2x = 2$$

$$\Leftrightarrow x = 1$$

L'antécédent de e^2 par f est 1.

Question 7

Quels sont les antécédents de e par la fonction f définie par $f(x) = \exp(x^2)$?

$$f(x) = e \Leftrightarrow \exp(x^2) = e$$

$$\Leftrightarrow x^2 = 1$$

$$\Leftrightarrow x = 1 \text{ ou } x = -1$$

Les antécédents de e par f sont -1 et 1 .

Question 8

Résoudre $\exp(x) \leq 0$.

La fonction exponentielle est définie sur \mathbb{R} et prend ses valeurs dans $]0; +\infty[$

L'inéquation n'a donc pas de solution.

$$S = \emptyset$$

Question 9

Résoudre $\exp(x) > 1$.

$$\exp(x) > 1 \Leftrightarrow x > 0$$

$$S =]0; +\infty[$$

Question 10

Résoudre $\exp(-x) > 0$.

La fonction exponentielle est définie sur \mathbb{R} et prend ses valeurs dans $]0; +\infty[$

$\exp(-x) > 0$ est toujours vraie.

$$S = \mathbb{R}$$

Fin

Activités mentales et automatismes en classe de première
IREM de Clermont-Ferrand

Fonction exponentielle – Série 2 – Correction

CONSIGNE Simplifier chaque expression en utilisant les propriétés algébriques de la fonction exponentielle.

Propriétés algébriques

Simplifier chaque expression en utilisant les propriétés algébriques de l'exponentielle.

Question 1

$$e^3 \times e^4 = \dots$$

$$e^3 \times e^4 = e^7$$

Question 2

$$e^4 \times e^{-4} = \dots$$

$$e^4 \times e^{-4} = e^0 = 1$$

Question 3

$$(e^4)^3 \times e^4 = \dots$$

$$(e^4)^3 \times e^4 = e^{12} \times e^4 = e^{16}$$

Question 4

$$\frac{e^3 \times e^{-4}}{e^{-3}} = \dots$$

$$\frac{e^3 \times e^{-4}}{e^{-3}} = \frac{e^{-1}}{e^{-3}} = e^2$$

Question 5

$$\frac{e^4 - e^3}{e^2 \times e} = \dots$$

$$\frac{e^4 - e^3}{e^2 \times e} = \frac{e^3(e-1)}{e^3} = e-1$$

Question 6

$$(2 + e^{0,3}) \times (2 - e^{0,3}) = \dots$$

$$(2 + e^{0,3}) \times (2 - e^{0,3}) = 2^2 - (e^{0,3})^2 = 4 - e^{0,6}$$

Question 7

$$\frac{e^{x-1}}{e^{x+1}} = \dots$$

$$\frac{e^{x-1}}{e^{x+1}} = e^{(x-1)-(x+1)} = e^{-2}$$

Question 8

$$(e^{x+1})^2 \times e^{-2x} = \dots$$

$$(e^{x+1})^2 \times e^{-2x} = e^{2(x+1)-2x} = e^2$$

Question 9

$$\frac{e^{2x} - 1}{e^x} = \dots$$

$$\frac{e^{2x}-1}{e^x} = \frac{e^{2x}}{e^x} - \frac{1}{e^x} = e^x - e^{-x}$$

ou

$$\frac{e^{2x}-1}{e^x} = (e^{2x}-1) \times e^{-x} = e^x - e^{-x}$$

Question 10

$$\frac{e^x + x}{e^{-x}} = \dots$$

$$\frac{e^x + x}{e^{-x}} = e^{2x} + xe^x$$

Fin

Activités mentales et automatismes en classe de première
IREM de Clermont-Ferrand

Fonction exponentielle – Série 3 – Correction

CONSIGNE

Reconnaître le type de la fonction f à dériver ($u + v$; $\frac{1}{v}$; $u \times v \dots$).

Dérivation

Reconnaître le type de la fonction f à dériver.

Question 0

$$f(x) = 3x + e^x$$

f est du type $u + v$.

Question 1

$$f(x) = 5e^x$$

f est du type ku .

Question 2

$$f(x) = 5xe^x$$

f est du type $u \times v$.

Question 3

$$f(x) = 3 - xe^x$$

f est du type $u + v$.

Question 4

$$f(x) = (3 - x)e^x$$

f est du type $u \times v$.

Question 5

$$f(x) = \frac{2}{e^x}$$

f est du type $\frac{k}{v}$.

Question 6

$$f(x) = e^3 - x$$

f est du type $u + v$.

Question 7

$$f(x) = e^{4-x}$$

f est du type $g(ax + b)$.

Question 8

$$f(x) = \frac{e^{2x-5} - 3}{x^2}$$

f est du type $\frac{u}{v}$.

Question 9

$$f(x) = x^2 e^x$$

f est du type $u \times v$.

Question 10

$$f(x) = \frac{-3e^{2x}}{e^x}$$

f est du type ku car en simplifiant $f(x) = -3e^x$.

Fonction exponentielle – Série 4 – Correction

CONSIGNE Donner une expression de $f'(x)$ (après avoir repéré le type de fonction).

Dérivation

Donner une expression de $f'(x)$,
où f' est la fonction dérivée de f .

Question 1

$$f(x) = 3e^x$$

Type : ku

$$f'(x) = 3e^x$$

Question 2

$$f(x) = x \exp(x)$$

Type : $u \times v$

$$f'(x) = (1+x)\exp(x)$$

Question 3

$$f(x) = x - 5e^x$$

Type : $u + v$

$$f'(x) = 1 - 5e^x$$

Question 4

$$f(x) = (2-x)e^x$$

Type : $u \times v$

$$f'(x) = (1-x)e^x$$

Question 5

$$f(x) = \frac{-5}{e^x}$$

Type : $\frac{k}{v}$

$$f'(x) = \frac{5}{e^x}$$

Question 6

$$f(x) = e^3 - x$$

Type : $u + v$ ou $ax + b$

$$f'(x) = -1$$

Question 7

$$f(x) = e^{3-x}$$

Type : $g(ax + b)$

$$f'(x) = -e^{3-x}$$

Question 8

$$f(x) = \exp(-2x)$$

Type : $g(ax + b)$

$$f'(x) = -2 \exp(-2x)$$

Question 9

$$f(x) = x^2 + e^{-x}$$

Type : $u + v$

$$f'(x) = 2x - e^{-x}$$

Question 10

$$f(x) = e^{5x-e} - \frac{1}{x}$$

Type : $u + v$

$$f'(x) = 5e^{5x-e} + \frac{1}{x^2}$$

Fin

Activités mentales et automatismes en classe de première
IREM de Clermont-Ferrand

Fonction exponentielle – Série 5 – Correction

CONSIGNE

Calculer la dérivée f' pour les sept premières questions puis répondre à la question posée pour les trois autres.

f est une fonction définie et dérivable sur un intervalle donné.
Déterminer la fonction dérivée de f .

Question 1

f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = -3e^x + x$
Pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f'(x) = -3e^x + 1$

Question 2

f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = \frac{e^x}{4} - 2x^3 + e$
Pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f'(x) = \frac{1}{4}e^x - 6x^2$

Question 3

f définie sur \mathbb{R} par $f(t) = e^{-t} - t$
Pour tout $t \in \mathbb{R}$, $f'(t) = -e^{-t} - 1$

Question 4

f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = 3e^{2x} + e^x + ex$
Pour tout $x \in \mathbb{R}$,
 $f'(x) = 6e^{2x} + e^x + e$

Question 5

f définie sur \mathbb{R} par $f(t) = e^{-4t+3} + e^{1+\frac{1}{2}t}$
Pour tout $t \in \mathbb{R}$,
 $f'(t) = -4e^{-4t+3} + \frac{1}{2}e^{1+\frac{1}{2}t}$

Question 6

f définie sur $]0; +\infty[$ par $f(x) = \frac{1}{e^{3x}} + \frac{2}{x}$
Pour tout $x \in]0; +\infty[$,
 $f'(x) = -3e^{-3x} - \frac{2}{x^2} = -\frac{3}{e^{3x}} - \frac{2}{x^2}$

Question 7

f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = -4e^x + 1$
Calculer $f(0)$ et $f'(0)$.
 $f(0) = -3$
Pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f'(x) = -4e^x$
donc $f'(0) = -4$.

Question 8

f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = e^{-2x}$
Calculer $f(-1)$ et $f'(-1)$.
 $f(-1) = e^2$
Pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f'(x) = -2e^{-2x}$
donc $f'(-1) = -2e^2$.

Question 9

f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = -2e^{4x+1}$
Calculer le coefficient directeur de la tangente à \mathcal{C} au point d'abscisse 0.
Le coefficient directeur est $f'(0)$.
Pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f'(x) = -8e^{4x+1}$
donc le coefficient directeur est $-8e$.

Question 10

f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = e^{-3x+3}$
Déterminer une équation de la tangente à \mathcal{C} au point d'abscisse 1.
Une équation est $y = f'(1)(x - 1) + f(1)$.
 $f(1) = 1$ et $f'(1) = -3$
donc une équation est $y = -3x + 4$.

Fin

Activités mentales et automatismes en classe de première
IREM de Clermont-Ferrand

Fonction exponentielle – Série 6 – Correction

CONSIGNE

Reconnaître graphiquement des fonctions du type $t \rightarrow e^{kt}$ et $t \rightarrow e^{-kt}$ ($t > 0$).

La courbe bleue représente la fonction exponentielle.
Parmi les 3 ou 4 autres courbes, laquelle représente la fonction donnée ?

Question 1: $f(x) = e^{-x}$



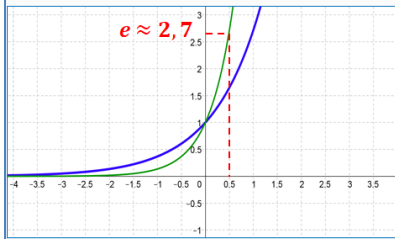
Question 2: $g(x) = -e^{-x}$



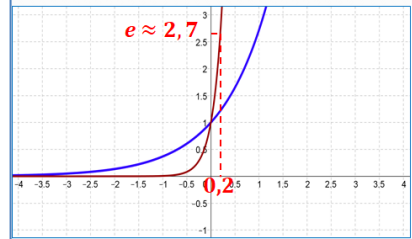
Question 3: $h(x) = -e^x$



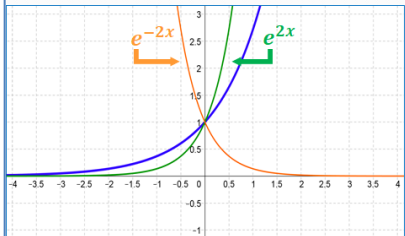
Question 4: $f_1(x) = e^{2x}$



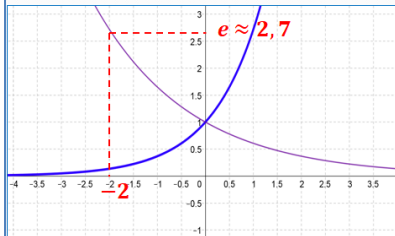
Question 5: $f_2(x) = e^{5x}$



Question 6: $f_3(x) = e^{-2x}$

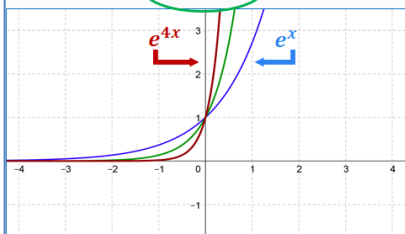


Question 7: $f_4(x) = e^{-0,5x}$

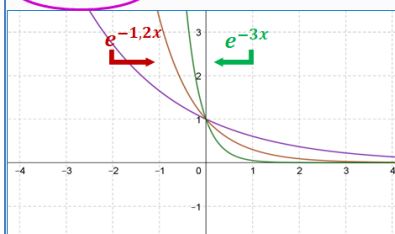


Parmi les 3 fonctions proposées, laquelle est représentée par la courbe donnée ?

Question 8: $f(x) = e^x$, $g(x) = e^{2x}$, $h(x) = e^{4x}$



Question 9: $f(x) = e^{-0,5x}$, $g(x) = e^{-1,2x}$, $h(x) = e^{-3x}$



Question 10: $f(x) = e^x$, $g(x) = e^{-1,2x}$, $h(x) = e^{-2x}$

