

I) Une résolution graphique pour M.Kicamp

Dans Programme > Géométrie > lancer GeoGebra.

Faites *Enregistrer* > *Home* > Math (il est peut être dans Partage) ouvrez-le et tapez le nom "Un graphique pour M. Kicamp"

Dans un camping, M. Kicamp envisage de placer sa tente T le long d'une allée rectiligne de 500 m aboutissant à la mer. Le long de cette allée se trouvent :


le centre commercial C à 100 m de la mer M ; les installations sanitaires S à 300 m de M ; le parking P à 400 m de M.

M. Kicamp prévoit de faire quotidiennement

- ❖ un aller-retour de la tente à la mer noté 2TM ; un aller-retour de la tente au centre commercial noté 2TC ;
- ❖ un aller-retour de la tente au parking noté 2TP ; un aller-retour de la tente aux installations sanitaires noté 2TS

La distance parcourue par M. Kicamp dépend ou **est fonction de** la position de la tente entre O et M. On se propose de tracer la **représentation graphique** de cette fonction.

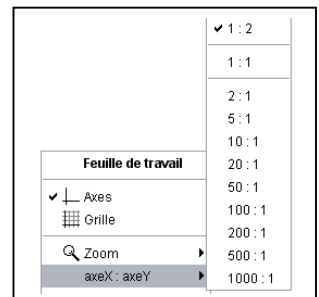
Replacer rapidement les points O, P, S C et M en respectant les données du texte (cf. l'image ci-dessus)

Sélectionnez l'icône *Segment entre deux points* , et tracez le segment [OM].

Placez T, n'importe où sur le segment [OM]. Dans la fenêtre Saisie tapez « $t = \text{Distance}[O, T]$ » > validez.

Dans la fenêtre *Saisie*, utilisez plusieurs fois la commande *Distance[]* pour calculer la distance d parcourue quotidiennement par M. Kicamp.

Cliquez avec le bouton droit sur une partie vide de la fenêtre graphique. Vous devez voir apparaître la fenêtre ci-contre. Sélectionnez *AxeX :AxeY* puis choisissez le rapport d'axe 1:2





Que s'est-il passé à l'écran ?

L'axe des ordonnées est à l'échelle 1/2 : son unité représente une longueur double de celle des abscisses.

Dans la fenêtre Saisie, Tapez A(t , d). Que s'est-il passé à l'écran ?

On voit un point A de coordonnées $x = t$ et $y = d$.

Sélectionnez l'icône *Lieu* , puis, dans cet ordre, cliquez sur les points A et T. Sélectionnez l'icône  puis déplacez le point T. Qu'est-ce que le lieu du point A ?

C'est la courbe que suit le point A quand le point T se déplace.

Quelle(s) position(s) de la tente donne le plus petit trajet ? Le plus grand trajet ?

Le plus grand trajet est obtenu quand T est en O et le plus petit quand T est entre S et C.

Comment résoudre cette question en utilisant seulement le graphique ? Précisez les valeurs numériques.

On voit le plus grand trajet en regardant le point du graphique le plus haut ; (T est en $x = 0$; $d = 24$)
 On voit le plus petit trajet en regardant le point du graphique le plus bas (T est en $x \in [2 ; 4]$; $d = 12$)

Avec le bouton droit, cliquez sur le point T > Propriétés > Algèbre > Incrément : tapez 0,001 > Fermer.

Sélectionnez le point T . Vous avez le choix de déplacer T avec la souris, ou en agissant sur les flèches Gauche ou droite du clavier pour déplacer T par pas de 0,001 ou, pour un déplacement plus rapide, en appuyant, en plus, soit sur la touche **[Alt]** ($\times 10$), soit sur la touche **[Ctrl]** ($\times 100$).

Où doit-il la placer pour parcourir exactement 1,5 km par jour ? A-t-il plusieurs choix ?

Il doit la placer à 125 m ou à 475 m du début de l'allée. Il a deux choix.

Comment résoudre cette question en utilisant seulement le graphique ?

On regarde les points du graphique dont l'ordonnée est $y = 15$. Ils nous indiquent la position de T.

II) M. Kicamp change d'avis

Dans Fichier > Nouvelle Fenêtre. Enregistrez sous le nom « M. Kicamp change d'avis »

M. Kicamp vous avoue que, en réalité, il prévoit de faire quotidiennement une distance D composée de

- ❖ deux aller-retour de la tente à la mer noté $4TM$; un aller-retour de la tente au centre commercial noté $2TC$;
- ❖ un aller-retour de la tente au parking noté $2TC$; trois aller-retour de la tente aux installations sanitaires noté $6TS$.

Remplacez rapidement les points O, P, S, C et M. Choisissez un rapport d'axes de 1:10, puis représentez graphiquement la fonction D .

Quelle(s) position(s) de la tente donne le plus petit trajet ? Le plus grand trajet ?

Le plus grand trajet est obtenu quand T est en O et le plus petit quand T est en S.

Comment résoudre cette question en utilisant seulement le graphique ?

On voit le plus grand trajet en regardant le point du graphique le plus haut ; (T est en $x = 0$; $D = 42$)

On voit le plus petit trajet en regardant le point du graphique le plus bas (T est en $x = 2$; $D = 18$)

Où M. Kicamp doit-il placer sa tente s'il veut parcourir exactement 2,2 km par jour ? A-t-il plusieurs choix ?

Il doit la placer à 160 m ou à 400 m du début de l'allée. Il a deux choix.

Comment résoudre cette question en utilisant seulement le graphique ?

On regarde les points du graphique dont l'ordonnée est $y = 2,2$. Ils nous indiquent la position de T.

Où doit-il la placer s'il veut parcourir une distance inférieure à 2,2 km par jour ?

Il doit la placer à une distance comprise entre 160 m et 400 m du début de l'allée.

Comment résoudre cette question en utilisant seulement le graphique ?

On regarde les points du graphique dont l'ordonnée y est inférieure à 2,2. Ils nous indiquent la position de T.

M. Kicamp veut profiter de ses vacances pour pratiquer la marche à pied. Il voudrait donc que ses déplacements quotidiens s'élèvent au moins à 3,5 km. Où doit-il planter sa tente ? A-t-il plusieurs choix ?

Il doit la placer à une distance inférieure à 50 m du début de l'allée. Il a une infinité de choix.


Comment résoudre cette question en utilisant seulement le graphique ?

On regarde les points du graphique dont l'ordonnée y est supérieure à 3,5. Ils nous indiquent la position de T.

Le point A est porteur d'informations. Expliquez ?

Son abscisse « x » nous indique la position de la tente et son ordonnée « y » nous indique la distance quotidienne.

En arrivant au camping, M. Kicamp découvre que les emplacements des sanitaires et du centre commercial sont échangés.

Sélectionnez  puis échangez les points S et C. Quelle(s) position(s) de la tente donne le plus petit trajet ? Le plus grand trajet ?

Le plus grand trajet est obtenu quand T est en O et le plus petit quand T est en S.

Où M. Kicamp doit-il placer sa tente s'il veut parcourir exactement 2,2 km par jour ? A-t-il plusieurs choix ?

Il doit la placer à 267 m du début de l'allée. Il n'a qu'un seul choix.

Où doit-il la placer s'il veut parcourir une distance inférieure à 2,2 km par jour ? A-t-il plusieurs choix ?

Il doit la placer à une distance supérieure à 267 m du début de l'allée. Il a une infinité de choix.

M. Kicamp veut profiter de ses vacances pour pratiquer la marche à pied. Il voudrait donc que ses déplacements quotidiens s'élèvent au moins à 3,5 km. Où doit-il placer sa tente ? A-t-il plusieurs choix ?

Il doit la placer tente à une distance inférieure à 110 m du début de l'allée. Il a une infinité de choix.

Activité en Classe

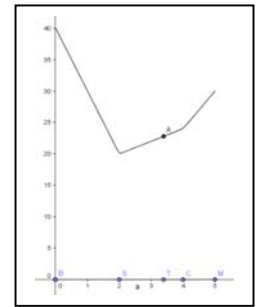
M. Kicamp envisage de placer sa tente T le long d'une allée rectiligne de 500 m aboutissant à la mer M. Le long de cette allée se trouvent :

- ❖ le centre commercial C à 100 m de la mer ; les installations sanitaires S à 300 m de la mer ;
- ❖ le parking P est maintenant au début de l'allée, en O, à 500 m de la mer.

Notons x l'abscisse du point T représentant la tente.

Complétez le tableau ci-dessous en exprimant les distances en fonction de l'abscisse x de la tente.

	Distance TS	Distance TC	Distance TP	Distance TM
Si T est entre O et S	$2 - x$	$4 - x$	x	$5 - x$
Si T est entre S et C	$x - 2$	$4 - x$	x	$5 - x$
Si T est entre C et M	$x - 2$	$x - 4$	x	$5 - x$



M. Kicamp prévoit de parcourir quotidiennement une distance D composée de

- ❖ deux aller-retour de la tente à la mer noté $4TM$; un aller-retour de la tente au centre commercial noté $2TC$;
- ❖ un aller-retour de la tente au parking noté $2TP$; trois aller-retour de la tente aux installations sanitaires noté $6TS$.

Expressions de la fonction D en fonction de x

Sachant que T se situe entre P et S, exprimez D en fonction de l'abscisse x de T. Simplifiez

$$D(x) = 6(2 - x) + 2(4 - x) + 2x + 4(5 - x) \Leftrightarrow D(x) = 40 - 10x$$

Sachant que T se situe entre S et C, exprimez d en fonction de l'abscisse x de T. Simplifiez

$$D(x) = 6(x - 2) + 2(4 - x) + 2x + 4(5 - x) \Leftrightarrow D(x) = 2x + 16$$

Sachant que T se situe entre C et M, exprimez d en fonction de l'abscisse x de T. Simplifiez

$$D(x) = 6(x - 2) + 2(x - 4) + 2x + 4(5 - x) \Leftrightarrow D(x) = 6x$$

Représentation graphique

Dans le repère ci-dessous, 1 cm sur l'axe des abscisses représente 100 m et 1 cm sur l'axe des ordonnées représente 500 m.

Pour $x \in [0 ; 2]$, $D(x) = 40 - 10x$.

Or, pour $x \in \mathbb{R}$, cette fonction $x \mapsto D(x) = 40 - 10x$ est une fonction **affine**.

Donc, pour $x \in [0 ; 2]$, sa représentation graphique est un **segment de droite**.

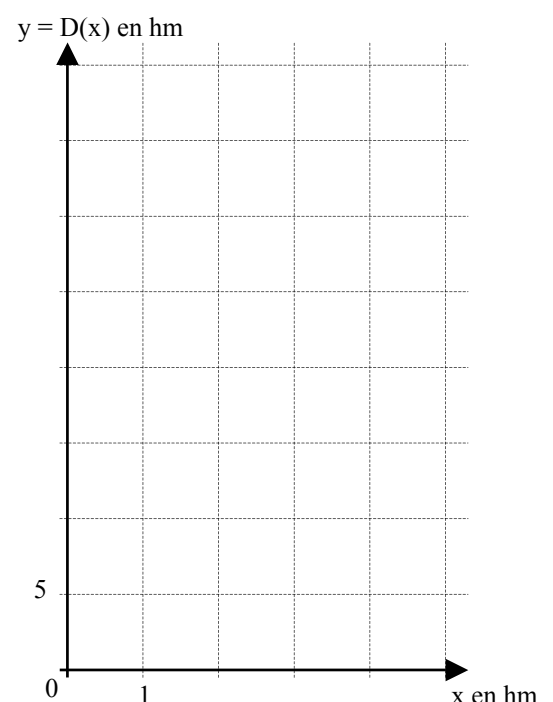
Que nous suffit-il de savoir pour tracer la représentation graphique de la fonction $x \mapsto D(x)$?

Il suffit de connaître la position de deux points.

Tableau de valeurs pour $x \in [0 ; 2]$

x	0	2
$y = 40 - 10x$	40	20

Tracez la représentation graphique de D pour $x \in [0 ; 2]$.



Pour $x \in [2 ; 4]$, $D(x) = 2x + 16$.

Complétez le tableau de valeurs pour $x \in [2 ; 4]$,
puis, tracez la représentation graphique pour $x \in [2 ; 4]$

x	2	4
$y = 2x + 16$	20	24

Pour $x \in [4 ; 5]$, $D(x) = 6x$.

Complétez le tableau de valeurs pour $x \in [4 ; 5]$,
puis, tracez la représentation graphique pour $x \in [4 ; 5]$

x	4	5
$y = 6x$	24	30

On peut écrire la fonction D à l'aide d'une seule expression mathématique. Laquelle ?

Par exemple, $D(x) = 6|2 - x| + 2|4 - x| + 2|x| + 4|5 - x|$ pour tout $x \in [0 ; 5]$

L'expression précédente peut-elle être simplifiée ; Justifiez .

Par exemple, $D(x) = 6|2 - x| + 2|4 - x| + 2x + 20 - 4x \Leftrightarrow D(x) = 6|2 - x| + 2|4 - x| + 20 - 2x$
On peut ôter les barres de valeur absolue à $|x|$ et $|5 - x|$ car les nombres x et $(5 - x)$ sont toujours positifs

Questions à résoudre graphiquement

Quelle(s) position(s) de la tente donne le plus petit trajet ? Le plus grand trajet ?

Le plus grand trajet est obtenu quand T est en O et le plus petit quand T est en S.

Où M. Kicamp doit-il placer sa tente s'il veut parcourir exactement 2,2 km par jour ? A-t-il plusieurs choix ?

Il doit la placer à 180 m ou à 300 m du début de l'allée. Il a deux choix.

Où doit-il la placer s'il veut parcourir une distance inférieure à 2,2 km par jour ?

Il doit la placer à une distance comprise entre 180 m et 300 m du début de l'allée.

M. Kicamp veut profiter de ses vacances pour pratiquer la marche à pied. Il voudrait donc que ses déplacements quotidiens s'élèvent au moins à 3,5 km. Où doit-il placer sa tente ? A-t-il plusieurs choix ?

Il doit la placer à une distance inférieure à 50 m du début de l'allée. Il a une infinité de choix.