

9 - Résolution approchée d'équations.

9.1. $f(x) = 0$, f fonction polynôme.

La commande `Racine[f]` fournit instantanément les points d'intersection de la courbe de f avec l'axe (Ox) , avec leurs coordonnées.

9.2. $f(x) = 0$, f fonction quelconque.

a) La commande `Racine` ne fonctionne pas dès que f n'est pas polynomiale. Par contre la commande `Intersection[f,axeX,(1,0)]` fournit les coordonnées de l'un des points d'intersection de la courbe de f avec (Ox) . (Voir fichier *GeoGebra "Intersection"*). J'ai fini par apprendre que ce point était obtenu par la méthode de Newton, avec comme point de départ le point de coordonnées $(1,0)$ (choisi comme exemple ; tout point convient sauf exceptions ; le choix du point de départ détermine quel zéro sera obtenu). Pour comprendre le principe de cette méthode, rien de mieux que de réaliser le fichier *GeoGebra* suivant :

b) Méthode de Newton : créer :

- la fonction f ;
- un point A sur (Ox) ;
- la droite a , parallèle à (Oy) passant par A ;
- le point B intersection de cette droite avec la courbe de f ;
- la droite b , tangente en B à la courbe de f ;
- le point C , intersection de cette tangente avec (Ox) .

Ensuite créer l'Outil "EquaNewton" avec pour objets finaux : B,a,b,C , objets initiaux : f et A . Cet outil appliqué de façon itérée à f et au dernier point trouvé fournira une suite de valeurs qui convergent vers une solution de $f(x)=0$ (sous réserve de quelques conditions : tangente en A non parallèle à (Ox) , f suffisamment régulière...)

c) Liste des zéros : j'ai laborieusement réussi à fabriquer un outil qui donne la liste des zéros ; je suis passé par l'intermédiaire d'outils mis à disposition, sur le site de *GeoGebra*, par des spécialistes qui savent programmer en Java ; ces outils (et d'autres) sont intégrés dans le fichier *Zéros d'une fonction quelconque*. Si quelqu'un trouve un moyen plus simple, je serais heureux qu'il me le communique.

Le principe est le suivant : entre deux bornes m et M , on balaie l'axe (Ox) par des points de coordonnées $(k,0)$, au pas p ; pour chacun d'eux, on applique la commande `Intersection` ; on liste les abscisses des points obtenus. J'ai donc tapé : `list1=Séquence[x(Intersection[f,axeX,(k,0)]),k,m,M,p]`. Mais la liste obtenue contient des répétitions ; je les ai éliminées grâce à l'outil "Uniques", trouvé sur le site de *GeoGebra*, et qui s'appuie lui-même sur d'autres outils mis au point par la même personne (que je remercie !) : `list 2=Uniques[list1]` (les termes sont en même temps rangés par ordre croissant). Mon outil *ZerosFonctQcque* a donc pour objets finaux `list1` et `list2`, pour objets initiaux f, m,M,p . Il n'est pas parfait puisque, pour certains choix de m,M et p , certains zéros peuvent être "oubliés". Il est donc souhaitable d'en vérifier visuellement le nombre, s'il n'est pas trop grand.

9.3. Encadrement par dichotomie. (Fichier GeoGebra "Dichotomie")

La réalisation de ce fichier est l'occasion de se familiariser avec la commande "Si..."

On commence par placer sur l'axe (Ox) deux points A et B d'abscisses entières encadrant un des zéros de f ; puis on tape $C = \text{Si}[f(x(A)) f((x(A) + x(B)) / 2) < 0, A, \text{MilieuCentre}[A, B]]$; et $D = \text{Si}[f(x(A)) f((x(A) + x(B)) / 2) < 0, \text{MilieuCentre}[A, B], B]$.

On crée ensuite l'outil Dichotomie avec pour objets finaux C et D, objets initiaux f, A et B. Chaque utilisation de l'outil restreindra l'encadrement de moitié; dans la fenêtre Algèbre, les abscisses des deux derniers points donneront l'encadrement.

Lorsque les deux points deviennent apparemment confondus, user du zoom pour les séparer ; lorsque leurs abscisses deviennent apparemment égales, augmenter le nombre de décimales...